

А.А. Король, Е.А. Рувинская, О.Е. Куркина, А.А. Куркин, А.Р. Гиниятуллин
РАСЧЕТ И ВИЗУАЛИЗАЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ
МОДУЛЯЦИОННОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ДЛЯ ДЛИННЫХ ВНУТРЕННИХ ВОЛН
В БАЛТИЙСКОМ И СРЕДИЗЕМНОМ МОРЯХ

*Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева,
г. Нижний Новгород*

Исследована возможность реализации эффекта модуляционной неустойчивости для длинных внутренних гравитационных волн в Средиземном и Балтийском морях. Построены карты распределения параметра модуляционной неустойчивости и критической частоты, при которой развивается модуляционная неустойчивость.

Ключевые слова: внутренний волновой пакет, уравнение Гарднера, нелинейное уравнение Шредингера

Изучение динамики длинных нелинейных внутренних волн в океане является актуальной задачей, поскольку такие волны оказывают значительное влияние не только на океанические процессы, но и на экономическую деятельность человека, в первую очередь, связанную с освоением ресурсов морского шельфа [1, 2]. Особенный интерес в этом контексте представляют интенсивные внутренние волны, которые могут иметь вид солитонов, либо генерироваться в составе волнового пакета (в том числе, имеющего бризероподобную форму). При этом характеристики внутренних волн зависят от условий среды, в которой они распространяются. Эффект модуляционной неустойчивости часто используется для объяснения генерации поверхностных волн-убийц в океане. В настоящей работе показано, что эффект модуляционной неустойчивости может быть реализован также для длинных внутренних волн в Черном, Средиземном и Балтийском морях при определенных условиях морской среды.

Мы используем данные климатологического атласа GDEM, а также карты нелинейных и кинематических параметров для Средиземноморского, Черного и Балтийского морей, которые были подготовлены в наших предыдущих исследованиях (см., например, [3]), для анализа гидрологических условий (их географического распределения и сезонной изменчивости), благоприятных для возникновения явления модуляционной неустойчивости и фокусировки пакетов внутренних волн.

Необходимым условием модуляционной неустойчивости является положительное значение коэффициента кубической нелинейности в уравнении Гарднера, описывающем динамику длинных слабо нелинейных внутренних волн [4]. Волновая группа с узким спектром может быть описана нелинейным уравнением Шредингера, полученным из уравнения Гарднера для такой волновой группы (см., например, [5]). Достаточным условием модуляционной неустойчивости является положительное значение коэффициента при нелинейном члене в соответствующем нелинейном уравнении Шредингера, которое зависит от свойств среды и частоты волнового пакета. Из этого условия можно найти критическую (минимальную) частоту пакета внутренних волн, при которой он может фокусироваться. При этом параметры, характеризующие способность волнового пакета к фокусировке, существенно зависят от изменений условий среды (глубины и стратификации плотности воды). Целью настоящей работы является исследование пространственной изменчивости основных параметров, связанных с возможностью возникновения эффекта модуляционной неустойчивости, и визуализация рассчитанных характеристик специально разработанными для решения подобного рода задач прикладными программными средствами.

Рассмотрим более детально математическую постановку задачи. Для уравнения Гарднера соответствующее нелинейное уравнение Шредингера имеет вид (для случая горизонтально однородного океана) [4]

$$i \frac{\partial A}{\partial \tau} = 3\beta k \frac{\partial^2 A}{\partial \xi^2} + k\delta |A|^2 A, \quad (1)$$

$$\delta = a_1 - \frac{\alpha^2}{6\beta k^2}. \quad (2)$$

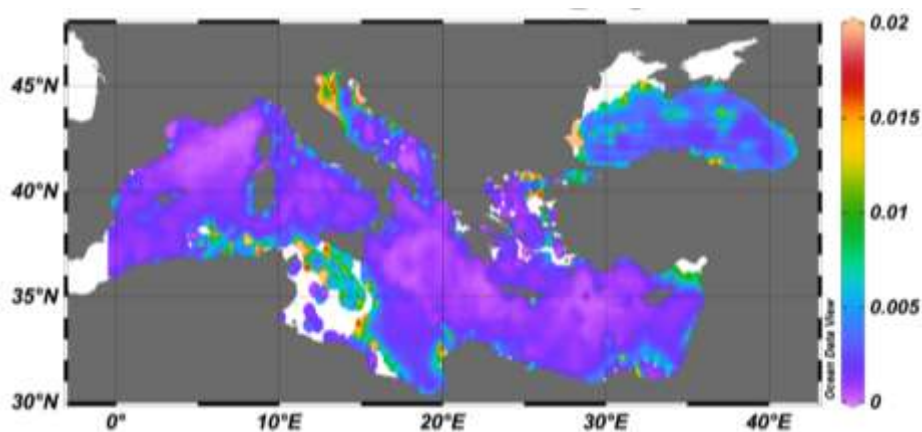
Здесь A – амплитуда основной гармоники с волновым числом k и частотой волны $\omega = ck$, $\xi = x - c_{gr}t$, $c_{gr} = -3\beta k^2$ коэффициенты α , α_1 , β являются коэффициентами уравнения Гарднера, которые определяются из условий среды по соответствующим формулам (см., например, [5]). Уравнение (1) фокусируется, если параметр $\delta > 0$; это возможно только в том случае, если коэффициент кубической нелинейности в модели Гарднера α_1 положителен. Таким образом, модуляционная неустойчивость реализуется только при $\delta > 0$, при этом волновой пакет должен иметь частоту:

$$\omega > \omega_{cr} = \frac{|\alpha|c}{\sqrt{6\alpha_1\beta}}. \quad (3)$$

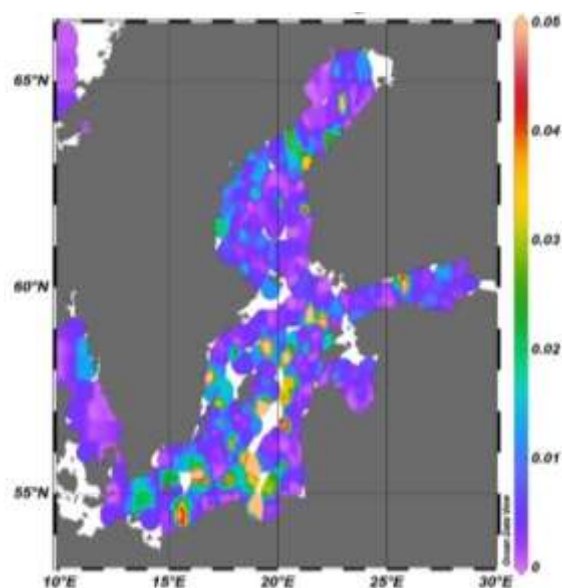
Карты коэффициентов уравнения Гарднера (в том числе коэффициента кубической нелинейности, только при положительных значениях которого возможна фокусировка) в Средиземном и Балтийском морях можно найти в наших статьях [5, 6]. Эти предвычисленные значения коэффициентов используются в определении исследуемых далее величин.

На основе имеющихся данных построены карты значений критической частоты (для демонстрации результата на рис. 1 представлены только карты для января: рис. 1, *a* – для Средиземного и Черного морей, рис. 1, *б* – для Балтийского моря), которая определяет нижний предел частоты, при котором волны могут быть неустойчивыми к модуляциям. Следует отметить, что внутренние волны могут иметь частоты в диапазоне f – параметр Кориолиса, $f = 2\Omega_E \sin\varphi$, $\Omega_E = 2\pi/T_E$, T_E – период вращения Земли, φ – географическая широта, а N_{\max} – максимальное значение частоты плавучести $N(z)$ в соответствующей точке сетки. Таким образом, рассчитанные значения критической частоты имеют смысл только в том случае, если они лежат в указанном диапазоне, который составляет (0.000036, 0.02) для Средиземного моря и (0.00012, 0.05) для условий января в Балтийском море.

Визуализация данных была выполнена при помощи программного пакета Ocean Data View [7], созданного под руководством Райнера Шлицера, Бремен, Германия. Данный продукт предназначен для интерактивного исследования, анализа и визуализации океанологических и других, имеющих географическую привязку, данных – разрезов, профилей. Используемый программный пакет работает в системах Windows, Mac OS X, Linux и UNIX, причем файлы данных не зависят от платформы и могут быть обменены между различными системами. Лицензия позволяет бесплатное некоммерческое использование, в том числе в научных целях. На основе исходных данных ODV может отображать исходные точки данных или поля с сеткой, с привязкой к различным цветовым палитрам. Он имеет два быстрых алгоритма построения сетки, а также встроенное программное обеспечение DIVA. Формат данных ODV обеспечивает хранение данных в сжатом виде с прямым доступом к любому параметру даже в больших наборах данных. Функции импорта и экспорта регулярно дополняются часто употребляемыми океанологами форматами. В частности, доступны готовые к использованию версии данных WOCE (World Ocean Circulation Experiment), сетка World Ocean Atlas 2009, 2005 и 2001, а также множество других важных наборов геоданных.



а)



б)

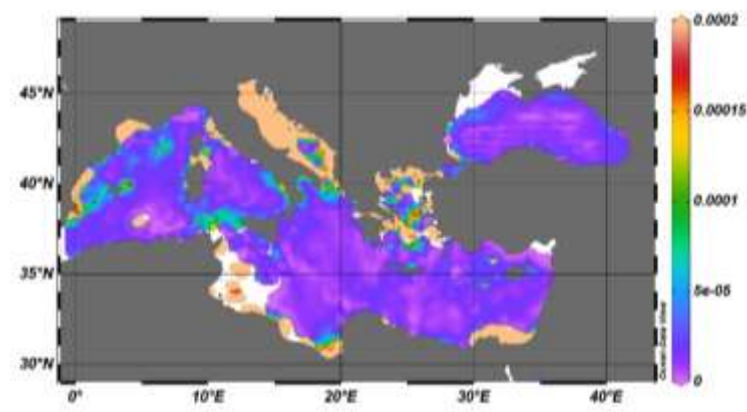
Рис. 1. Критические значения частоты [с^{-1}] в соответствии с гидрологическими данными, полученными в январе: *a* – Средиземноморский бассейн; *б* – Балтийское море

На рис. 2 представлены карты параметра δ для акватории Балтийского моря и Средиземноморского бассейна. В качестве примера для построения карт была выбрана несущая волна с частотой $\omega = 0.01 \text{ с}^{-1}$, что соответствует периоду $T \approx 10$ мин.

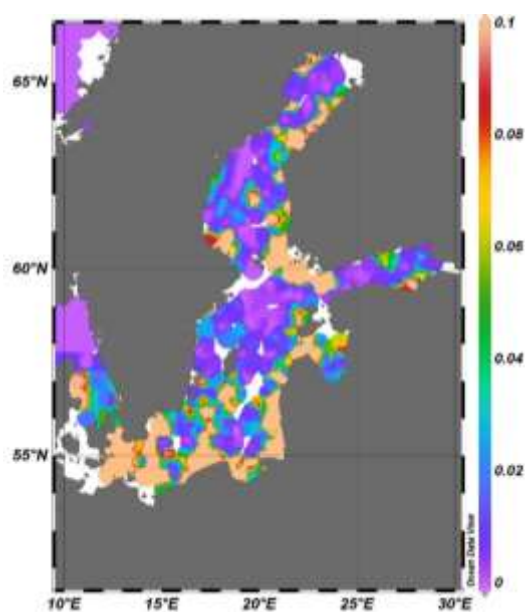
Из рис. 2 видно, что значения параметра δ близки к нулю для всего Средиземноморского бассейна, хотя и положительны для большей части акватории. Это свидетельствует о том, что в Средиземном и Черном морях эффект модуляционной неустойчивости труднореализуем. В Балтийском море значения исследуемого параметра также преимущественно положительны, и при этом во многих областях существенно отличны от нуля.

Численное моделирование эффекта модуляционной неустойчивости внутренних волн было выполнено, например, в работах [5, 8] для Южно-Китайского и Балтийского морей: пакеты длинных внутренних волн могут фокусироваться в океанских условиях, что приводит к образованию волн большой амплитуды.

Представленные результаты получены в рамках выполнения гос. задания в сфере научной деятельности (Задание № 5.1246.2017/4.6) и при финансовой поддержке гранта Президента РФ для государственной поддержки молодых российских ученых –кандидатов наук МК-1124.2018.5.



a)



b)

Рис. 2. Параметр δ [$\text{с}\cdot\text{м}^{-3}$] для Средиземноморского бассейна (a) и Балтийского моря (б) по данным GDEM для января

Список литературы

1. Chakrabarti S. Handbook of offshore engineering. – London: Elsevier, 2005. 1321 p.
2. Osborne A.R. Nonlinear ocean waves and the Inverse Scattering Transform. – San Diego: Elsevier. 2010. 944 p.
3. Kurkina O., Rouvinskaya E., Talipova T., Soomere T. Propagation regimes and populations of internal waves in the Mediterranean Sea basin // Estuarine, Coastal and Shelf Science. 2017. 185. 44-54.
4. Grimshaw R., Pelinovsky D., Pelinovsky E., Talipova T. Wave group dynamics in weakly nonlinear long-wave models // Physica D. 2001. V. 159. No. 1-2. P. 35-57.
5. Талипова, Т.Г. Модуляционная неустойчивость длинных внутренних волн умеренной амплитуды в стратифицированном горизонтально неоднородном океане / Т.Г. Талипова, Е.Н. Пелиновский, К. Хариф // Письма в ЖЭТФ. 2011. Т. 94. № 3. С. 199-203.
6. Kurkina O., Talipova T., Pelinovsky E., Soomere, T. Mapping the internal wave field in the Baltic Sea in the context of sediment transport in shallow water // J. Coastal Research SI. 2011. V. 64. P. 2042-2047.
7. Schlitzer R. Ocean Data View [Electronic Data and Program] // Alfred Wegener Institute for Polar and Marine Research, Bremerhaven, Germany. 2010. <http://odv.awi>.

8. Grimshaw R., Pelinovsky E., Talipova T., Kurkina O. Internal solitary waves: propagation, deformation and disintegration // Nonlin. Processes Geophys. 2010. V. 17. P. 633-649.

**A.A. Korol, E.A. Rouvinskaya, O.E. Kurkina, A.A. Kurkin, A.R. Giniyatullin
CALCULATION AND VISUALIZATION OF DISTRIBUTION OF MODULATION
INSTABILITY PARAMETERS FOR LONG INTERNAL WAVES IN THE BALTIC AND
MEDITERRANEAN SEAS**

Nizhny Novgorod State Technical University n.a. R.E. Alekseev, Nizhny Novgorod

The possibility of realization of the modulation instability effect for long internal gravity waves in the Mediterranean and Baltic Seas has been investigated. Maps of the distribution of the modulation instability parameter and the critical frequency for which the modulation instability develops are constructed.

Keywords: internal wave packet, Gardner equation, nonlinear Schrödinger equation

Сведения об авторах

Король Алексей Андреевич – аспирант НГТУ им. Р.Е. Алексеева, 8(831)436-63-93, spectre66@mail.ru.

Рувинская Екатерина Александровна – к.ф.-м.н., младший научный сотрудник НИЛ МПиТК НГТУ им. Р.Е. Алексеева, 8(831)436-63-93, e.rouvinskaya@gmail.com.

Куркина Оксана Евгеньевна – к.ф.-м. н. старший научный сотрудник НИЛ МПиТК НГТУ им. Р.Е. Алексеева, 8(831)436-63-93, Oksana.Kurkina@mail.ru.

Куркин Андрей Александрович – д. ф.-м. н., профессор, главный научный сотрудник, заведующий кафедрой «Прикладная математика», научный руководитель лаборатории «Моделирования природных и техногенных катастроф» НГТУ им. Р.Е. Алексеева, 8(831)436-63-93, aakurkin@gmail.com.

Гиниятуллин Айрат Рафаэлевич – к. ф.-м. н., научный сотрудник НИЛ МПиТК НГТУ им. Р.Е. Алексеева, 8(831)436-63-93, araratishe@gmail.com.