

Е.М. Грамузов
доктор техн. наук, доцент
Н.В. Калинина
канд. техн. наук, доцент
А.А. Куркин
доктор физ.-мат. наук, профессор
(ФГБОУ ВО Нижегородский государственный
технический университет им Р.Е. Алексеева)
Нижегород, Российская Федерация

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СОПРОТИВЛЕНИЯ РАЗРУШЕНИЯ ЛЬДА ПРИ ДВИЖЕНИИ ЛЕДОКОЛА В РОВНОМ СПЛОШНОМ ЛЕДЯНОМ ПОЛЕ

Рассмотрены основные причины возникновения ледового сопротивления, энергетические затраты на его преодоление. Для удобства теоретических и экспериментальных исследований чистое ледовое сопротивление представлено в виде отдельных составляющих. Приведена феноменологическая модель взаимодействия ледяного покрова с корпусом ледокола при движении в ровном сплошном ледяном поле, описана теоретическая модель сопротивления разрушения льда. Показаны принципы построения полуэмпирических моделей сопротивления разрушения льда. На базе экспериментальных данных получены коэффициенты полуэмпирической модели. При накоплении экспериментальных данных расчетная модель может уточняться.

Ключевые слова: сплошной ледяной покров, модель взаимодействия корпуса судна со льдом при разрушении, составляющая сопротивления ледового сопротивления, полуэмпирическая модель сопротивления разрушению льда.

Е.М. Gramuzov
Doctor of Tech. Sciences, Associate Professor
N.V. Kalinina
Cand. of Tech. Sciences, Associate Professor
A.A. Kurkin
Doctor of Phys.-Math. Sciences, Professor
(Nizhny Novgorod State Technical
University na R.E. Alekseev)
Nizhny Novgorod, Russian Federation

THEORETICAL MODEL OF ICE DESTRUCTION RESISTANCE WHEN AN ICEBREAKER MOVES IN A SOLID ICE

The main causes of ice resistance, energy costs to overcome it are considered. Net ice resistance is presented in the form of separate components for the convenience of theoretical and experimental studies. A phenomenological model of the interaction of the ice with the icebreaker's hull when moving in solid ice is given, a theoretical model of the resistance to ice destruction is described. The principles of constructing semi-empirical models of ice fracture resistance are shown. The coefficients of the semi-empirical model were obtained on the basis of experimental data. The calculation model can be refined with the accumulation of experimental data.

Keywords: solid ice cover, model of the interaction of the ship's hull with ice during destruction, component of the destruction of ice resistance, semi-empirical model of the resistance to ice destruction.

DOI: 10.25791/esip.10.2022.1322

Введение

Математическое моделирование ледового сопротивления судов находится постоянно в развитии почти два столетия. Однако проектирование судов ледового плавания и ледоколов ставит новые задачи. Разнообразие ледовых условий не позволяет создать универсальную модель ледового сопротивления. Выделяют стандартные ледовые условия. Среди них центральную роль играет движение ледокола в ровном сплошном неразрушенном ледяном поле [1–21].

Физическая природа сил, обуславливающих сопротивление движению судна в сплошном льду исследовалась в работах Л.М. Ногида

[9], Ю.А. Шиманского [16, 17], М.К. Таршиса [6], М.С. Яковлева [18], В.И. Каштеляна [6], В.А. Зуева [2], М.Е. Рабиновича [10], З.Б. Сегала [14], Ю.Н. Алексеева, К.Е. Сазонова [1], Б.П. Ионова [4], R.V. Milano [21], E. Enkvist'a [20], Edvards'a [19] и других авторов.

Анализ этих исследований, а также наблюдений за работой ледоколов, позволяет выделить основные причины возникновения ледового сопротивления. Сопротивление движению судна в ровном сплошном льду обусловлено затратами энергии на:

- ломку ледяного покрова;
- локальное разрушение кромки льда в местах контакта с корпусом судна;

- поворачивание, притапливание и раздвигание обломков льда;
- сопротивление снега;
- трение льда о корпус судна.

Для удобства теоретических и экспериментальных исследований чистое ледовое сопротивление будем считать состоящим из трех взаимонезависимых частей

$$R = R_p + R_o + R_c, \quad (1)$$

где R_p – сопротивление разрушению целого льда; R_o – сопротивление обломков льда; R_c – сопротивление снега.

Первое слагаемое R_p объединяет в себе затраты энергии, связанные с нарушением целостности ледяной пластины, а именно: ломку, разрушение кромки и трение о кромку целого льда. R_o , обусловленное взаимодействием корпуса судна с обломками разрушенного ледяного поля, включает поворачивание, притапливание и раздвигание обломков льда, а также трение обломков льда о корпус.

Гипотеза о независимости составляющих сопротивления (1) общепринята, подвергалась экспериментальной проверке [17], и положена в основу исследований.

Анализ процессов, происходящих при движении ледокола, позволяет установить различный характер действия отдельных составляющих ледового сопротивления. Составляющая R_p , связанная с дискретными процессами ломки ледяного покрова, существенно не постоянна как по величине, так и по месту приложения. Сопротивление обломков R_o , хотя и обусловлено движением неоднородной среды, имеет более установившийся характер, сравнимый с движением однородного слоя, отличной от воды плотности.

Приведенный характер действия отдельных составляющих ледового сопротивления основан на рассмотрении картины движения ледокола в сплошном льду и специальных модельных исследованиях, проведенных в ледовом опытовом бассейне [4].

Исходя из закона сохранения энергии, напишем уравнение энергетического баланса для некоторого отрезка пути l :

$$A_r = A_p + A_o + A_c, \quad (2)$$

где A_r – работа силы тяги винтов на гаке $P_r = P_c - R_b$; A_p – энергия разрушения целого ледяного покрова; A_o – энергия, затрачиваемая на

поворот, притапливание, раздвигание обломков и на их трение о корпус и друг о друга; A_c – дополнительные затраты энергии, связанные с наличием снега; P_c, R_b – полезная тяга винтов и сопротивление воды соответственно.

Уравнение (2) учитывает, что единственным поставщиком энергии, затрачиваемой на преодоление составляющих сопротивления, является работа тяги винтов. Поделив уравнение (2) на путь l , получим формулу для вычисления ледового сопротивления

$$R = P_r = \frac{1}{l}(A_p + A_o + A_c). \quad (3)$$

Учитывая постоянный характер составляющих, связанных с преодолением обломков льда, уравнение (3) перепишем в виде

$$R = \frac{1}{l}A_p + R_o + R_c. \quad (4)$$

Первое слагаемое представляет собой формулу для определения сопротивления, связанного с разрушением ледяного покрова

$$R_p = \frac{1}{l}A_p. \quad (5)$$

Рассмотрим существенную часть ледового сопротивления – составляющую разрушения льда в составе чистого ледового сопротивления.

Феноменологическая модель взаимодействия ледяного покрова с корпусом ледокола при движении в ровном сплошном ледяном поле

В процессе движения в сплошном льду ледокол разрушает ледяной покров. Это разрушение происходит за счет усилий прикладываемых корпусом ледокола в месте контакта с кромкой ледяного покрова. Взаимодействие (контакт) с кромкой льда может происходить в различных местах по длине носового заострения в районе действующей ватерлинии.

Основным принципом ломки льда является разрушение ледяной пластины вследствие ее изгиба. Этому способствуют ледокольные обводы корпуса, способные к созданию значительных по величине вертикальных составляющих усилий в месте контакта со льдом.

Рассмотрим процесс разрушения льда форштевнем и бортами корпуса ледокола.

При продвижении ледокола вперед форштевень периодически вступает в контакт с ледяным покровом и разрушает его. Происходит это следующим образом. Внедрение форштевня в ледяной покров, начиная от момента соприкосновения со льдом, сопровождается увеличением контактного усилия, обусловленного реакцией ледяной пластины, лежащей на гидравлическом упругом основании, на ее прогиб. При этом одновременно происходят два процесса: увеличение изгибных напряжений в ледяной пластине и локальное разрушение кромки льда в месте контакта.

Нарастая, изгибные напряжения в некоторый момент достигают предела прочности льда на изгиб σ_u . Максимум этих напряжений находится в непосредственной близости к форштевню, в результате чего возникает первая радиальная трещина во льду, идущая впереди судна. После появления этой трещины происходит перераспределение напряжений в ледяной пластине. При дальнейшем нагружении возникают одна или несколько радиальных трещин с каждого борта, идущих от форштевня к периферии. После появления ряда радиальных трещин зона максимума напряжений удаляется от форштевня, и дальнейший изгиб ледяной пластины приводит к появлению первой концентрической трещины, форма которой близка к окружности с центром в точке контакта и радиусом $r \approx 1/\alpha$, где $\alpha = \sqrt[4]{\frac{\rho_b g}{D}}$ – параметр изгиба пластины на упругом основании; $D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$ –

цилиндрическая жесткость ледяной пластины; E , μ – модуль упругости и коэффициент Пуассона для льда; h – толщина льда.

Образование первой концентрической трещины не приводит к потере несущей способности ледяного покрова. Во-первых, это связано с тем, что при больших радиальных размерах ледяные пластины (при дальнейшем нагружении) продолжают изгибаться, а во-вторых, с образованием в сжатой зоне трещины значительных контактных напряжений, препятствующих пролому льда. Это способствует возникновению в дальнейшем последующих концентрических трещин, образующихся последовательно от периферии к месту приложения нагрузки. Изгиб льда происходит до тех пор, пока не наступит пролом льда по ближайшей к форштевню концентрической трещине с радиусом $r \approx (3 \div 5)h$. Полным проломом заканчивается контакт форштевня со сплошным ледяным покровом.

В процессе нагружения льда форштевнем вплоть до самого пролома происходит, как

отмечалось выше, локальное разрушение кромки льда в месте контакта, вызванное необходимостью воспринимать значительные по величине контактные усилия. Для восприятия этих усилий в процессе нагружения льда происходит увеличение площади контакта за счет смятия и дробления, а иногда и прорезания кромки льда. Локальное разрушение кромки существенно зависит от толщины и прочности ледяного покрова, а также от остроты обводов в районе форштевня. Для больших толщин льда, а следовательно, и больших контактных усилий, характерных для морских ледоколов глубина разрушения кромки может достигать 1,0–1,5 метров. Для речных ледоколов, эксплуатирующихся во льдах меньшей толщины и большей прочности, процессы локального разрушения кромки менее развиты.

После пролома ледяного покрова форштевнем и продвижения ледокола вперед, в контакт со льдом вступают наклонные участки борта. Взаимодействие корпуса со льдом здесь аналогично разрушению форштевнем с тем, лишь отличием, что конфигурация пластины в месте контакта иная и поверхность корпуса в зоне взаимодействия плоская. Борта ледокола выламывают из ледяной пластины сегменты льда. В местах контакта корпуса со льдом происходит местное смятие и дробление кромки ледяного покрова. Выламывание сегментов льда бортами может происходить как по линиям трещин, образованных форштевнем, так и по новым трещинам, образованным в результате изгиба льда бортами ледокола. Одна из возможных картин ломки льда приведена на рисунке 1.

На рисунке 1 изображен случай разрушения, когда борта в основном доламывают и выворачивают блоки льда по сети трещин, образованных форштевнем.

Картина разрушения льда существенно зависит от толщины льда h , а точнее от соотношения ширины корпуса B и радиуса первой (дальней) концентрической трещины r . На рисунке 1 представлен случай, когда r несколько больше половины ширины судна $B/2$ и для разрушения льда бортами преобладают процессы выворачивания блоков льда по сети трещин, образованных форштевнем. Если $r < B/2$, то очевидно часть борта будет встречаться с практически ненарушенной ледяной пластиной. И, наоборот, в предельных льдах возможен случай $r \gg B/2$, когда не только дальняя, но и некоторые более близкие концентрические трещины имеют радиус больше $B/2$, тогда происходит уменьшение количества выламываемых секторов

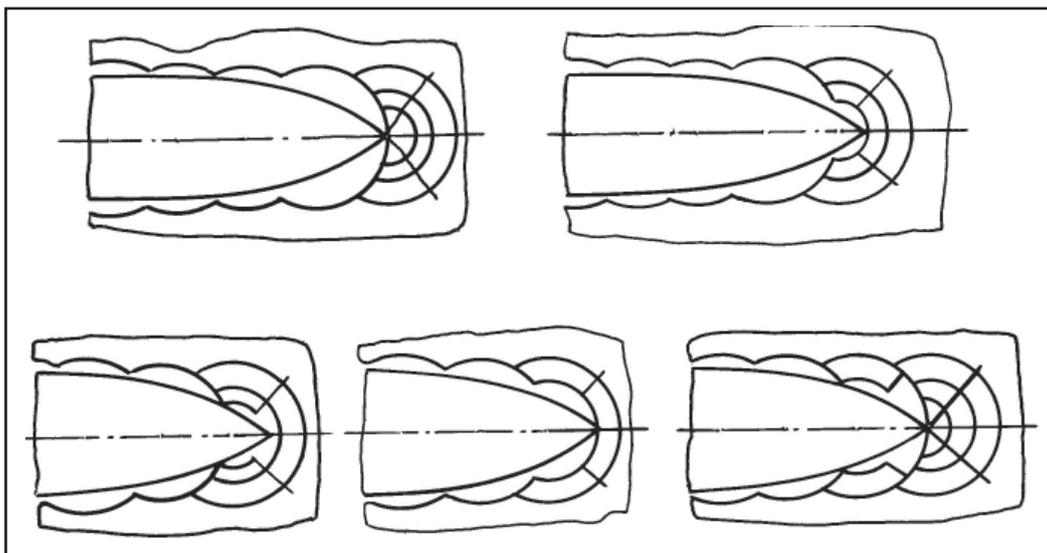


Рис. 1. Кинематическая схема разрушения ледяного покрова корпусом ледокола

(уменьшение «рядности ломки») и возрастание их размеров по отношению к ширине судна.

Кроме того, приведенный рисунок 1 хорошо иллюстрирует известный факт увеличения размеров ледяных секторов от форштевня к средней части корпуса.

Следует отметить, что некоторые исследователи не отмечают факт наличия радиальных трещин. На наш взгляд это связано не с их отсутствием при разрушении льда изгибом, а с трудностью их наблюдения, связанного со следующими обстоятельствами. При изгибе ледяного покрова на стадии образования радиальных трещин растянутой оказывается нижняя поверхность ледяной пластины и трещины не раскрываются со стороны наблюдателя, что существенно ухудшает их визуализацию. Кроме того, ледяной покров, как правило, покрыт снегом, делающим наблюдение таких трещин невозможным. Радиальные трещины легко наблюдать в редких случаях движения в бесснежном, особенно, прозрачном льду и с нижней поверхности ледяного покрова.

Теоретическая модель сопротивления разрушения льда при движении в ровном сплошном неразрушенном ледяном поле

Энергия, затрачиваемая ледоколом на разрушение сплошного ледяного покрова, складывается из энергий, затраченных на разрушение в каждой точке контакта корпуса с кромкой целого ледяного поля

$$A_p = \sum A_{p_i} \quad (6)$$

Рассмотрим энергию, затрачиваемую на разрушение в произвольной точке контакта корпуса со льдом A_{p_i} . Введем подвижную, связанную с судном $Oxuz$ и неподвижную $O'x'y'z'$ системы координат.

Пусть в начальный момент контакта корпуса с кромкой льда начала координат обеих систем совпадают и расположены на пересечении ДП, плоскостей КВЛ и мидель-шпангоута. Оси Ox и $O'x'$ направлены вперед по направлению движения, оси Oy и $O'y'$ перпендикулярны ДП и направлены на правый борт, а оси Oz и $O'z'$ направлены вертикально вниз. Обозначим углы, характеризующие форму обводов корпуса некоторой точки судовой поверхности: φ_1 – угол между касательной к бабоксу и ОП; φ_2 – угол между касательной к ватерлинии и ДП; φ_3 – угол наклона шпангоута к вертикали.

Введем также направляющие косинусы нормали и некоторого касательного направления для произвольной точки судовой поверхности. Для краткости записи обозначим их:

$$n_x = \cos(\vec{n}, \vec{x}); \quad n_y = \cos(\vec{n}, \vec{y}); \quad n_z = \cos(\vec{n}, \vec{z});$$

$$\tau_x = \cos(\vec{\tau}, \vec{x}); \quad \tau_y = \cos(\vec{\tau}, \vec{y}); \quad \tau_z = \cos(\vec{\tau}, \vec{z}).$$

Отметим, что направляющие косинусы и углы наклона судовой поверхности аналитически связаны между собой с помощью следующих равенств:

$$n_x = \frac{\operatorname{tg} \varphi_2}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_2 + \operatorname{tg}^2 \varphi_3}}; \quad n_y = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_2 + \operatorname{tg}^2 \varphi_3}}; \quad (7)$$

$$n_z = \frac{\operatorname{tg} \varphi_3}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_2 + \operatorname{tg}^2 \varphi_3}}; \quad n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 = 1; \quad \operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{\operatorname{tg} \varphi_2}{\operatorname{tg} \varphi_3}.$$

Движение ледокола можно рассматривать как движение системы координат $Oxyz$ относительно $O'x'y'z'$. Считается, что при установившемся движении ледокола его посадка изменяется незначительно [6]. Более того Enkvist'ом были поставлены специальные опыты со свободной жесткой запряжкой модели [20], показывающие независимость сопротивления от изменения посадки. Поэтому перемещение $Oxyz$ будем рассматривать только вдоль оси $O'x'$ и обозначим его x .

При перемещении ледокола x ледяной покров вынужден прогибаться, так как корпус ледокола считается недеформируемым. Нагружение ледяного покрова можно считать кинематическим. Таким образом траектория точки контакта и прогиб льда однозначно определяются перемещением ледокола x и углами наклона судовой поверхности в месте контакта. Так как предельные прогибы много меньше размеров судна, углы наклона судовой поверхности на протяжении всего времени контакта вплоть до разрушения можно считать постоянными. С точностью до бесконечно малых более высокого порядка, можно считать, что перемещение точки контакта в неподвижной системе $O'x'y'z'$ будет происходить только параллельно оси $O'z'$. То есть сжатием ледяной пластины в горизонтальной плоскости пренебрегается. Величина нормального усилия в точке контакта определяется реакцией ледяной пластины на перемещение ледокола.

Из решения, полученного Д.Е. Хейсиным [15] следует, что для всего диапазона углов судовой поверхности прогиб льда и энергия деформации ледяного покрова не зависят от горизонтальных составляющих нагрузки на лед. Поэтому нормальную составляющую реакции льда на обшивку можно рассчитать, если известна зависимость вертикальной реакции льда на прогиб в месте контакта

$$N = Z/n_x. \quad (8)$$

Касательная составляющая, обусловленная трением обшивки о лед в месте контакта

$$F = fN, \quad (9)$$

где f – коэффициент трения корпуса судна о лед.

Работа нормальных сил связанная с разрушением льда, может быть определена по формуле

$$A_N = \int_0^{\eta^*} Nd\eta, \quad (10)$$

где η^* – нормальное перемещение, соответствующее полному разрушению ледяного покрова в месте контакта от изгиба ледяного покрова.

Нормальное перемещение связано с прогибом льда в месте контакта

$$\eta = wn_z. \quad (11)$$

Подставляя (8) и (11) в (10), получим

$$A_N = \int_0^{w_R} Zdw = A_z, \quad (12)$$

где A_z – работа вертикальных сил, ломающих ледяной покров.

Из (12) следует важный вывод: работа, затрачиваемая на ломку ледяного покрова изгибом, зависит лишь от свойств льда и не зависит от формы корпуса ледокола.

Работа сил трения определяется по формуле

$$A_F = \int_0^{\tau_*} Fd\tau, \quad (13)$$

где τ_* – путь сил трения, соответствующий контакту со льдом вплоть до полного разрушения.

Поскольку перемещение точки контакта со льдом в неподвижной системе $O'x'y'z'$, как отмечалось выше, только вертикальное, то перемещение τ в подвижной системе $Oxyz$ направлено по баутку и связано с продвижением судна формулой

$$\tau = x/\cos \varphi_1. \quad (14)$$

Найдем связь τ с прогибом льда в месте контакта

$$x = w/\operatorname{tg} \varphi_1, \quad \tau = w/\sin \varphi_1. \quad (15)$$

Тогда, подставляя (9), (8) и (15) в (13)

$$A_F = \frac{f}{n_z \sin \varphi_1} A_z \quad (16)$$

находим, что работа сил трения выражается через работу ломки ледяного покрова.

Кроме ломки ледяного покрова и трения о кромку при разрушении льда присутствуют процессы смятия и дробления кромки в месте контакта.

На локальное разрушение кромки требуются дополнительные затраты энергии. Поэтому, при вычислении A_{p_i} к работам A_z и A_F необходимо

добавить соответствующую работу A_c . Кроме того, разрушение кромки вызовет некоторое изменение путей интегрирования сил, принятых при получении зависимостей (12) и (16). Однако учитывая разные масштабы величин перемещений, примем гипотезу о независимости работ A_F и A_c .

Таким образом, полная работа разрушения льда в i -той точке контакта может быть вычислена по формуле

$$A_{p_i} = (1 + f\gamma_{\text{ЛТ}_i})A_{z_i} + A_{c_i}, \quad (17)$$

где $\gamma_{\text{ЛТ}_i}$ – функция, характеризующая форму корпуса в точке контакта

$$\gamma_{\text{ЛТ}_i} = \frac{1}{n_z \sin\varphi_1} = \frac{\sqrt{n_x^2 + n_z^2}}{n_x n_z}. \quad (18)$$

Следует иметь в виду, что в районе, где ВЛ параллельна оси $Ox \sin\varphi_1 = 0$, однако A_{z_i} здесь также обращается в ноль, т.к. не происходит изгиба ледяной пластины и A_{p_i} остается конечной.

Работа A_{c_i} может быть вычислена по формуле

$$A_{c_i} = \int_0^{\eta_*} N d\eta, \quad (19)$$

где N – нормальная реакция со стороны льда, вызванная изгибом ледяного покрова; η – нормальное внедрение корпуса в кромку; η_* – нормальное внедрение, соответствующее полному пролому.

В настоящее время механизм локального разрушения кромки льда изучен недостаточно. Определим A_{c_i} приближенно предполагая, что нормальное усилие связано с площадью зоны смятия по линейному закону

$$N = \sigma_c S(\eta), \quad (20)$$

где σ_c предел прочности льда на смятие.

Можно показать, что площадь поверхности контакта S в зависимости от нормального внедрения корпуса η определится по формуле

$$S = \frac{\text{tg}(\beta_1 + \beta_2) + \text{tg}(\beta_1 - \beta_2)}{2n_z(1 - n_z^2)} \eta^2, \quad (21)$$

где β_1 – половина угла раствора при вершине кромки льда в точке контакта в горизонтальной плоскости; β_2 – угол между биссектрисой угла при вершине кромки льда и нормалью к ватерлинии в точке контакта.

Тогда, сравнивая (19), (20) и (21), получим

$$N = \frac{\text{tg}(\beta_1 + \beta_2) + \text{tg}(\beta_1 - \beta_2)}{2n_z(1 - n_z^2)} \sigma_c \eta^2, \quad (22)$$

$$A_{c_i} = \frac{\text{tg}(\beta_1 + \beta_2) + \text{tg}(\beta_1 - \beta_2)}{2n_z(1 - n_z^2)} \sigma_c \int_0^{\eta_*} \eta^2 d\eta. \quad (23)$$

Максимальное нормальное усилие определим через проломное усилие

$$N_m = Z_m/n_z. \quad (24)$$

Тогда, учитывая (21), (20) и (24), определим

$$\eta_* = \sqrt{\frac{Z_m}{\sigma_c} \cdot \frac{2(1 - n_z^2)}{\text{tg}(\beta_1 + \beta_2) + \text{tg}(\beta_1 - \beta_2)}}. \quad (25)$$

Интегрируя (23) с учетом (25), получим выражение для работы, затраченной на смятие кромки льда в i -той точке контакта

$$A_{c_i} = \frac{1}{3} \gamma_c \gamma_k \sqrt{\frac{Z_m^3}{\sigma_c}}, \quad (26)$$

где γ_c – безразмерная функция, характеризующая форму корпуса в месте контакта; γ_k – безразмерная функция, характеризующая форму кромки льда и ее положение относительно корпуса в точке контакта:

$$\gamma_c = \sqrt{\frac{1 - n_z^2}{n_z^2}}, \quad \gamma_k = \sqrt{\frac{2}{\text{tg}(\beta_1 + \beta_2) + \text{tg}(\beta_1 - \beta_2)}}. \quad (27)$$

Подставляя в формулы (17) и (26) выражения для A_{z_i} и Z_{m_i} , полученные в предыдущем разделе и учитывая (6) и (5), запишем формулу сопротивления разрушению льда в виде

$$R_p = \frac{1}{l} \left\{ \frac{h^4}{D\alpha^2} \sum [k_{ap_i} k_w k_{p_i}^2 (1 + f\gamma_{\text{ЛТ}_i})] + \frac{1}{3} h^3 \sum \left(\gamma_{c_i} \gamma_{k_i} \sqrt{\frac{k_{p_i}^3}{\sigma_c}} \right) \right\}, \quad (28)$$

где n – число точек контакта с кромкой (актов ломки) при продвижении ледокола l .

Продвижение ледокола l может быть выбрано произвольно большим при эргодическом случайном процессе установившегося разрушения льда либо кратным длине цикла, если процесс разрушения льда считать циклическим.

Для нахождения аналитической связи n с l будем полагать разрушение льда циклическим процессом с длиной цикла $l = r$ в соответствии с приведенной выше картиной движения ледокола в сплошном льду.

Число актов ломки форштевнем за один цикл n_6 равно числу концентрических трещин, образующихся при проломе целой пластины.

Анализ кинематических схем разрушения льда показывает, что количество точек контакта с бортом зависит от рядности ломки (соотношения $B/2$ и r) и количества радиальных трещин с каждого борта, образующихся при разрушении льда форштевнем. Количество точек контакта с каждого борта может быть определено по формуле

$$n_6 = \text{Int} \left(n_\phi \frac{B}{2r} \right) k_r, \quad (29)$$

где k_r – число радиальных трещин с каждого борта.

То есть, количество точек контакта и сопротивление разрушения бортами ступенчато зависит от αB (это обстоятельство можно учитывать при назначении ширины ледокола при заданной предельной ледопроеходимости). Однако, на практике эти ступеньки сглажены из-за статистического разброса размеров обломков и числа точек контакта от цикла к циклу. Поэтому под n_6 будем понимать вещественное число

$$n_6 = n_\phi k_r \frac{B}{2r}. \quad (30)$$

Из теории изгиба пластин на упругом основании известно, что r может быть определено как

$$r = k_\alpha / \alpha, \quad (31)$$

где k_α – безразмерный коэффициент, зависящий от конфигурации пластины в плане.

В работах [1, 20] указывается на зависимость размеров обломков от скорости движения судна, полученную на основе натурных наблюдений. Эта зависимость графически изображенная в [1], хорошо аппроксимируется формулой

$$\alpha b = \frac{0,087}{0,215 + v_z / \sqrt{gh}}, \quad (32)$$

где b – ширина обламываемого сектора; v_z – вертикальная скорость деформации ледяного покрова на форштевне, связанная со скоростью движения ледокола v и углом наклона форштевня φ_1

$$v_z = v \text{tg} \varphi_1. \quad (33)$$

Ширина обламываемых секторов может быть интерпретирована как расстояние между концентрическими трещинами, образуемыми форштевнем, тогда

$$n_\phi = \frac{r}{b} = 11,5 (0,215 + Fr_h \text{tg} \varphi_{1\phi}) k_\alpha, \quad (34)$$

где $Fr_h = v / \sqrt{gh}$ – число Фруда по толщине льда.

Нетрудно заметить, что при минимально устойчивых скоростях движения $v = 0,2 \dots 0,5$ м/с количество концентрических трещин от нагружения форштевнем $n_\phi = 3$. Это хорошо согласуется с наблюдениями. Число n_ϕ по смыслу целое. Однако, его вещественное значение может трактоваться как среднее за несколько циклов, учитывая, что размеры и количество обломков колеблются, а зависимость (32) получена в результате осреднения наблюдаемых размеров льдин.

Учитывая (34) перепишем (30) в виде

$$n_6 = 11,5 k_r (0,215 + Fr_h \text{tg} \varphi_{1\phi}) \frac{B}{2} \alpha. \quad (35)$$

Из формул (34) и (35) видно, что число актов ломки льда за один цикл $l = r$ для форштевня и для борта зависит от разных физических величин. Поэтому целесообразно разделить сопротивление разрушению на части: сопротивление разрушению, отнесенное к форштевню $R_{\text{рф}}$ и борту $R_{\text{рб}}$.

Коэффициенты k_p и k_w при разрушении льда форштевнем изменяются от акта к акту [4], но закономерности их изменения изучены не достаточно и во многом случайны, учитывая это, заменим их средними значениями по данным серии опытов [4]. Тогда суммирование в (28) для форштевня можно заменить умножением на n_ϕ .

Безразмерный коэффициент γ_k , характеризующий форму и расположение кромки льда относительно корпуса, для форштевня может быть рассчитан достаточно однозначно. При выводе его формулы (27) было использовано понятие ледяного клина, взаимодействующего с плоским корпусом. Однако проведенные рассуждения остаются в силе и для форштевня, если ледяную пластину мысленно разделить на два симметричных клина, а γ_k разделить на $\sqrt{2}$. Тогда

$$\begin{aligned} \gamma_{k\phi} &= \left[\text{tg} \left(\pi / 2 - \varphi_{2\phi} \right) + \text{tg} \varphi_{2\phi} \right]^{-1/2} = \\ &= \left[\text{tg} \varphi_{2\phi} / \left(1 + \text{tg}^2 \varphi_{2\phi} \right) \right]^{1/2}. \end{aligned} \quad (36)$$

Суммируя сказанное, запишем выражение для сопротивления разрушению льда форштевнем

$$R_{рф} = 11,5 \left(0,215 + Fr_h \operatorname{tg} \varphi_{1ф} \right) \left[k_{Арф} k_{вф} k_{рф}^2 (1 + f \gamma_{лтф}) \frac{h^4}{D \alpha^2} + \frac{1}{3} \gamma_{сф} \sqrt{\frac{\operatorname{tg} \varphi_{2ф}}{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_{2ф}}} \sqrt{\frac{k_{рф}^3}{\sigma_c}} h^3 \right] \alpha. \quad (37)$$

Коэффициенты энергии разрушения для борта могут быть усреднены по тем же соображениям.

Кроме того, необходимо осреднение геометрических функций $\gamma_{лт_i}$ и $\gamma_{с_i}$ для носовой ветви КВЛ, так как разнообразие картин разрушения не позволяет знать координаты точек контакта. Аналогичный подход был предложен Ю.А. Шиманским [17]. Наблюдения и анализ кинематических схем разрушения льда показывают, что вероятность взаимодействия со льдом вдоль ватерлинии убывает от форштевня к средней части, но по ширине канала остается практически постоянной. Поэтому под средними геометрическими характеристиками ватерлинии будем понимать

$$\Phi_{лт} = \frac{2}{B} \int_0^{B/2} \gamma_{лт_i}(y) dy = \frac{2}{B} \int_0^{B/2} \sqrt{\frac{1}{n_x^2} + \frac{1}{n_z^2}} dy; \quad (38)$$

$$\Phi_c = \frac{2}{B} \int_0^{B/2} \gamma_{с_i}(y) dy = \frac{2}{B} \int_0^{B/2} \sqrt{\frac{1}{n_z^2} - 1} dy. \quad (39)$$

При определении коэффициента γ_k для борта существует большее разнообразие ситуаций, чем для форштевня. Угол β_1 можно считать равным $\pi/4$, учитывая приведенную выше картину разрушения и хорошо известный факт, что магистральные трещины выходят преимущественно перпендикулярно свободной кромке. Угол β_2 может изменяться от 0 до $\pi/4$, а $\gamma_{кб}$ от 1 до 0 соответственно. Осредняя γ_k на интервале β_2 $[0, \pi/4]$, получим $\gamma_{кб}$.

Запишем формулу для сопротивления разрушению льда бортами, удваивая n_c с учетом симметрии корпуса

$$R_{рб} = 11,5 \frac{k_r}{k_\alpha} (0,215 + Fr_h \operatorname{tg} \varphi_{1ф}) \cdot \left[k_{Арб} k_{вб} k_{рб}^2 (1 + f \Phi_{лтб}) \frac{h^4}{D \alpha^2} + 0,25 \Phi_c \sqrt{\frac{k_{рб}^3}{\sigma_c}} h^3 \right] B \alpha^2, \quad (40)$$

где Φ_i – геометрические функции, характеризующие форму корпуса судна с точки зрения сопротивления разрушения льда.

Полуэмпирическая модель сопротивления разрушения льда при движении в ровном сплошном неразрушенном ледяном поле

При построении теоретической модели сопротивления обломков льда при движении в ровном сплошном неразрушенном ледяном поле (26) и (40) неизбежно использовались математические модели, упрощающие физическую реальность. Поэтому для получения надежного расчетного метода расчетные зависимости необходимо корректировать с учетом данных натурных испытаний ледоколов.

Для этих целей используют, так называемый, полуэмпирический метод [16], суть которого заключается в том, что составляется условная схема, позволяющая описать аналитически рассматриваемое явление с учетом основных определяющих его факторов и довести решение до простых расчетных формул. В эти формулы вводятся постоянные безразмерные коэффициенты, отражающие условность сделанных допущений и неточности принятой схемы. Численные значения этих коэффициентов определяются эмпирическим путем по данным модельных и натурных испытаний.

В нашем случае в качестве такой условной схемы может быть принята описанная теоретическая модель ледового сопротивления.

Для определения эмпирических коэффициентов надежнее всего базироваться на данные натурных испытаний, учитывая, что, как отмечалось выше, полностью адекватной модели покрова пока не найдено.

Энергетический подход, использованный для построения теоретической модели, позволяет в общем случае представить ледовое сопротивление в виде

$$R = \sum_{j=1}^m k_j r_j, \quad (41)$$

где r_j – комбинация определяющих ледовое сопротивление факторов, связанная с некоторым физическим процессом, имеющая размерность силы; k_j – искомый эмпирический коэффициент.

Уравнение вида (27) линейное относительно коэффициентов называют уравнением множественной линейной регрессии. Количество членов этого уравнения m зависит от способа группировки

слагаемых (26). Если раскрыть все скобки в выражении теоретической модели R , то получится $m = 12$ членов в уравнениях (26) и (40).

При вычислении k_j , например, с использованием метода наименьших квадратов по стандартной библиотечной программе, формально нет ограничений для числа членов m . Лишь бы число членов было не больше, чем число экспериментальных точек. Однако, надежность определения коэффициентов k_j существенно зависит от количества и качества экспериментальных данных. Уменьшение m приводит к увеличению надежности коэффициентов k_j .

Численный анализ показывает, что лучших результатов при ограниченном наборе экспериментальных данных для ледоколов, движущихся в бесснежном льду удастся добиться, если выражение для R перегруппировать к виду.

Составляющая сопротивления разрушению льда представлена в виде:

$$R = R_{\text{рст}} + R_{\text{рв}} = k_{\text{рст}} r_{\text{рст}} + k_{\text{рв}} r_{\text{рв}}, \quad (42)$$

где $R_{\text{рст}}$, $R_{\text{рв}}$ – статическая и зависящая от скорости составляющие сопротивления разрушению; $k_{\text{рст}} = 1,3 \cdot 10^6$ кПа², $k_{\text{рв}} = 4,7 \cdot 10^6$ кПа² – коэффициенты полуэмпирической модели.

С учетом сказанного напишем выражения для комбинаций определяющих факторов r_j

$$r_{\text{рст}} = \frac{h^4}{D\alpha} \left[\begin{array}{l} (1 + f\gamma_{\text{лтф}}) + k_{\text{сф}} \gamma_{\text{сф}} \sqrt{\frac{\text{tg}\varphi_{2\text{ф}}}{1 + \text{tg}^2\varphi_{2\text{ф}}} \frac{D\alpha^2}{h}} + \\ + 0,66(1 + \Phi_{\text{лт}}) B\alpha + k_{\text{сб}} \Phi_{\text{с}} \frac{D\alpha^3 B}{h} \end{array} \right],$$

$$r_{\text{рв}} = Fr_h \text{tg}\varphi_{1\text{ф}} r_{\text{рст}}, \quad (43)$$

где $k_{\text{сф}} = 1,5 \cdot 10^{-3}$ кПа⁻¹; $k_{\text{сб}} = 0,5 \cdot 10^{-3}$ кПа⁻¹.

При накоплении экспериментальных данных число членов уравнений (42), (43) m может увеличиваться, а коэффициенты k_j уточняются.

Заключение

На основе полученной феноменологической модели и теоретического анализа получена структура сопротивления разрушения льда при движении ледокола в ровном сплошном льду. Показаны принципы построения полуэмпирических моделей сопротивления разрушения льда при движении в ровном сплошном неразрушенном ледяном поле. На базе ограниченного эксперимента получены коэффициенты полуэмпирической модели.

Расчетные формулы могут быть использованы для исследований ледовой ходкости судов, в том числе и на стадии проектирования. При накоплении экспериментальных данных расчетная модель может уточняться.

Представленные результаты получены по проекту РНФ № 22-19-00376 «Экспериментально-теоретическое исследование полуэмпирических моделей взаимодействия судов со льдом».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алексеев Ю.Н., Сазонов К.Е., Шахаева Л.М. Оценка составляющей полного ледового сопротивления, зависящей от разрушения льда // *Вопросы судостроения. Серия: Проектирование судов*. Л.: ЦНИИ «Румб». 1982. Вып. 32. С. 69–73.
2. Зуев В.А. *Средства продления навигации на внутренних водных путях*. Л.: Судостроение, 1986. 207 с.
3. Ионов Б.П. *Ледовое сопротивление и его составляющие*. Л.: Гидрометеиздат, 1988. 80 с.
4. Ионов Б.П., Грамузов Е.М. *Ледовая ходкость судов*. СПб.: Судостроение, 2013. 504 с.
5. Каневский Г.И., Сазонов К.Е., Клубничкин А.М. *Прогнозирование характеристик ходкости многогольвных судов*. Санкт-Петербург: Крыловский государственный научный центр, 2019. 160 с.
6. Каштелян В.И., Позняк И.И., Рывлин А.Я. *Сопротивление льда движению судна*. Л.: Судостроение, 1968. 238 с.
7. Козин В.М. *Прикладные задачи динамики ледяного покрова* / В.М. Козин, В.Д. Жесткая, А.В. Погорелова, С.Д. Чижумов, М.Р. Джабраилов, В.С. Морозов, А.Н. Кустов. М.: Академия естествознания, 2008. 329 с.
8. Козин В.М. Релаксационные свойства ледяного покрова // *Проблемы Арктики и Антарктики*. 2021. Т. 67. № 2. С. 165–176.
9. Ногид Л.М. *Моделирование движения судна в сплошном ледяном поле и битых льдах* / Сб. науч. тр. ЛКИ. Л., 1959. Вып. 28. С. 179–185.
10. Рабинович М.Е. *К задаче о сопротивлении обломков льда движению судна в сплошном ледяном поле* / Сб. науч. тр. Горьков. политехн. ин-та. Горький, 1974. Т. 30. Вып. 13. С. 127–134.
11. Рывлин А.Я., Хейсин Д.Е. *Испытания судов во льдах*. Л.: Судостроение, 1980. 207 с.
12. Сазонов К.Е. *Модельный и натурный эксперименты в морской ледотехнике*. Санкт-Петербург: Крыловский государственный научный центр, 2021. 308 с.

13. Сазонов К.Е. *Теоретические основы плавания судов во льдах*. Санкт-Петербург: ЦНИИ, 2010. 271 с.
14. Сегал З.Б. *Сопротивление движению ледокола в сплошном ледяном поле* / Сб. науч. тр. ЛИВТ. Л., 1970. Вып. 127. С. 108–118.
15. Хейсин Д.Е. *Динамика ледяного покрова*. Л.: Гидрометеорологическое изд-во, 1967. 215 с.
16. Шиманский Ю.А. *Теория моделирования движения судна в сплошном ледяном поле* / Сб. науч. тр. / ААНИИ. Л., 1960. Т. 237. С. 39–29.
17. Шиманский Ю.А. *Условные измерители ледовых качеств судов* / Сб. науч. тр. / ААНИИ. Л., 1938. Т. 130. 125 с.
18. Яковлев М.С. *Методика определения ледопроеходимости речных судов* / Сб. науч. тр. / Горьков. политехн. ин-т Горький, 1961. Т. 17. Вып. 1. С. 24.
19. Edwards R.Y. et al. Full Scale and Model Tests of a Great Lakes Icebreaker // The society of Naval Architects and Marine Engineers. 1972. Vol. 80. Pp. 1–31.
20. Enkvist E. On the ice resistance encountered by ships operating in the continuous mode of icebreaking // The Swedish academy of engineering sciences in Finland, Rep. № 24. Helsinki, 1972. 181 p.
21. Milano V.R. Ship resistance to continuous motion in ice // Trans. SNAME. 1973. Vol. 81. New York, N.Y., 1974. Pp. 274–299. Discuss. Pp. 300–306.
5. Kanevskij G.I., Sazonov K.E., Klubnichkin A.M. *Prognozirovanie harakteristik hodkosti mnogoval'nyh sudov* [Prediction of propulsion characteristics of multi-shaft vessels]. Sankt-Peterburg: Krylovskij gosudarstvennyj nauchnyj centr [Saint Petersburg: Krylov State Research Center], 2019. 160 p.
6. Kashtelyan V.I., Poznyak I.I., Ryvlin A.Ya. *Soprotivlenie l'da dvizheniyu sudna* [Ice resistance to ship movement]. L.: Sudostroenie [Leningrad: Publishing house «Shipbuilding»], 1968. 238 p.
7. Kozin V.M. *Prikladnye zadachi dinamiki ledyanogo pokrova* [Applied Problems of Ice Cover Dynamics]. V.M. Kozin, V.D. ZHestkaya, A.V. Pogorelova, S.D. Chizhumov, M.R. Dzhabrailov, V.S. Morozov, A.N. Kustov. M.: Akademiya estestvoznaniya [Moscow: Publishing house «Academy of Natural Sciences»], 2008. 329 p.
8. Kozin V.M. *Relaksacionnye svojstva ledyanogo pokrova* [Relaxation properties of the ice cover]. *Problemy Arktiki i Antarktiki* [Problems of the Arctic and Antarctic]. 2021. Vol. 67. № 2. Pp. 165–176.
9. Nogid L.M. *Modelirovanie dvizheniya sudna v sploshnom ledyanom pole i bityh l'dah* [Simulation of vessel movement in a continuous ice field and broken ice]. Sb. nauch. tr. LKI.- L. [Collection of scientific works of the Leningrad Shipbuilding Institute, Leningrad], 1959. Vol. 28. Pp. 179–185.
10. Rabinovich M.E. *K zadache o soprotivlenii oblomkov l'da dvizheniyu sudna v sploshnom ledyanom pole* [On the problem of the resistance of ice fragments to the movement of a ship in a continuous ice field]. Sb. nauch. tr. Gor'kov. politekhn. int, Gor'kij [Collection of scientific works of the Gorky Polytechnic Institute, Gorky], 1974. Vol. 30. Issue 13. Pp. 127–134.
11. Ryvlin A.Ya., Hejsin D.E. *Ispytaniya sudov vo l'dah* [Testing ships in ice]. L.: Sudostroenie [Leningrad: Publishing house «Shipbuilding»], 1980. 207 p.
12. Sazonov K.E. *Model'nyj i naturnyj eksperimenty v morskoy ledotekhnike* [Model and full-scale experiments in marine ice engineering]. Sankt-Peterburg: Krylovskij gosudarstvennyj nauchnyj centr [Saint Petersburg: Krylov State Research Center], 2021. 308 p.
13. Sazonov K.E. *Teoreticheskie osnovy plavaniya sudov vo l'dah* [Theoretical foundations of navigation of ships in ice]. Sankt-Peterburg: CNII [Sankt-Petersburg: Central Research Institute], 2010. 271 p.
14. Segal Z.B. *Soprotivlenie dvizheniyu ledokola v sploshnom ledyanom pole* [Resistance to the movement of an icebreaker in a continuous ice field]. Sb. nauch. tr. LIVT, L [Collection of scientific works of the LIVT], 1970. Vol. 127. Pp. 108–118.

REFERENCES

1. Alekseev Yu.N., Sazonov K.E., Shahaeva L.M. *Ocenka sostavlyayushchej polnogo ledovogo soprotivleniya, zavisyashchej ot razrusheniya l'da* [Estimation of the component of total ice resistance, depending on the destruction of ice]. *Voprosy sudostroeniya. Seriya: Proektirovanie sudov* [Shipbuilding issues. Series: Ship Design]. CNII «Rumb». L., 1982. Vol. 32. Pp. 69–73.
2. Zuev V.A. *Sredstva prodleniya navigacii na vnutrennih vodnyh putyakh* [Means of extending navigation on inland waterways]. L.: Sudostroenie [Leningrad: Publishing house «Shipbuilding»], 1986. 207 p.
3. Ionov B.P. *Ledovoe soprotivlenie i ego sostavlyayushchie* [Ice resistance and its components]. L.: Gidrometeoizdat [Leningrad: Publishing house «Gidrometeoizdat»], 1988. 80 p.
4. Ionov B.P., Gramuzov E.M. *Ledovaya hodkost' sudov* [Ice propulsion of ships]. SPb.: Sudostroenie [Saint Petersburg: Publishing house «Shipbuilding»], 2013. 504 p.

15. Hejsin D.E. *Dinamika ledyanogo pokrova* [Ice cover dynamics]. L.: Gidrometeorologicheskoe izd-vo [Leningrad: Hydrometeorological Publishing House], 1967. 215 p.
16. Shimanskij Yu.A. *Teoriya modelirovaniya dvizheniya sudna v sploshnom ledyanom pole* [Theory of modeling the movement of a ship in a continuous ice field]. Sb. nauch. tr. AANII. L. [Collection of scientific works of the AARI, Leningrad], 1960. Vol. 237. Pp. 39–29.
17. Shimanskij Yu.A. *Uslovnye izmeriteli ledovyh kachestv sudov* [Conditional meters of ice qualities of ships]. Sb. nauch. tr. AANII, L. [Collection of scientific works of the AARI, Leningrad], 1938. Vol. 130. 125 p.
18. Yakovlev M.S. *Metodika opredeleniya ledoprophodivosti rechnyh sudov* [Methods for determining the ice-breaking capacity of river vessels]. Sb. nauch. tr. Gor'kov. politekhn. in-t, Gor'kij [Collection of scientific works of the Gorky Polytechnic Institute, Gorky], 1961. Vol. 17. Issue 1. P. 24.
19. Edwards R.Y. at al. Full Scale and Model Tests of a Great Lakes Icebreaker // The society of Naval Architects and Marine Engineers. 1972. Vol. 80. Pp. 1–31.
20. Enkvist E. On the ice resistance encountered by ships operating in the continuous mode of icebreaking // The Swedish academy of engineering sciences in Finland, Rep. № 24. Helsinki, 1972. 181 p.
21. Milano V.R. Ship resistance to continuous motion in ice // Trans. SNAME. 1973. Vol. 81. New York, N.Y., 1974. Pp. 274–299. Discuss. Pp. 300–306.



Информация об авторах

Грамузов Евгений Михайлович, доктор техн. наук, доцент, профессор кафедры «Кораблестроение и авиационная техника»

Калинина Надежда Викторовна, канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры «Кораблестроение и авиационная техника»

Куркин Андрей Александрович, доктор физ.-мат. наук, профессор, проректор по научной работе, заведующий кафедры «Прикладная математика»

ФГБОУ ВО Нижегородский государственный технический университет им Р.Е. Алексеева
603950, г. Нижний Новгород, Российская Федерация, ул. Минина, 24

Information about authors

Gramuzov Evgenij Mihajlovich, Doctor of Tech. Sciences, Associate Professor, Professor of the Department "Shipbuilding and Aviation Engineering"

Kalinina Nadezhda Viktorovna, Cand. of Tech. Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department "Shipbuilding and Aviation Engineering"

Kurkin Andrej Aleksandrovich, Doctor of Phys.-Math. Sciences, Professor, Vice-Rector for Research, Head of the Department of Applied Mathematics

Nizhny Novgorod State Technical University na R.E. Alekseev
603950, Nizhny Novgorod, Russian Federation, st. Minina, 24