

Е.М. Грамузов
доктор техн. наук, доцент
Н.В. Калинина
канд. техн. наук, доцент
А.А. Куркин
доктор физ.-мат. наук, профессор
(ФГБОУ ВО Нижегородский государственный
технический университет им Р.Е. Алексеева)
Нижний Новгород, Российская Федерация

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СОПРОТИВЛЕНИЯ ОБЛОМКОВ ЛЬДА ПРИ ДВИЖЕНИИ ЛЕДОКОЛА В РОВНОМ СПЛОШНОМ ЛЕДЯНОМ ПОЛЕ

Рассмотрена физическая картина возникновения составляющей сопротивления обломков льда при движении ледокола в ровном сплошном ледяном поле, приведена феноменологическая модель взаимодействия обломков льда с корпусом ледокола. Получена теоретическая модель сопротивления обломков льда, описаны составляющие этой модели. Построена полуэмпирическая модель сопротивления обломков льда, которая настроена на экспериментальные данные. При накоплении экспериментальных данных расчетная модель может уточняться.

Ключевые слова: сплошной ледяной покров, составляющая сопротивления обломков льда, полуэмпирическая модель сопротивления обломков льда.

E.M. Gramuzov
Doctor of Tech. Sciences, Associate Professor
N.V. Kalinina
Cand. of Tech. Sciences, Associate Professor
A.A. Kurkin
Doctor of Phys.-Math. Sciences, Professor
(Nizhny Novgorod State Technical
University na R.E. Alekseev)
Nizhny Novgorod, Russian Federation

THEORETICAL MODEL OF THE RESISTANCE OF ICE FRAGMENTS WHEN ICEBREAKER MOVES IN SOLID ICE

The physical picture of the occurrence of the resistance component of ice fragments during the movement of the icebreaker in an solid ice field is considered. A phenomenological model of the interaction of ice fragments with the icebreaker hull is given. A theoretical model of ice fragments resistance has been obtained, the components of this model have been described. A semi-empirical model of resistance component of ice fragments is constructed and tuned to experimental data. The model can be refined with the accumulation of experimental data.

Keywords: solid ice cover, a component of the resistance of ice fragments, a semi-empirical model of the resistance of ice fragments.

DOI: 10.25791/esip.10.2022.1326

Введение

Математическое моделирование ледового сопротивления судов находится постоянном в развитии почти два столетия. Однако проектирование судов ледового плавания и ледоколов ставит новые задачи. Разнообразие ледовых условий не позволяет создать универсальную модель ледового сопротивления. Выделяют стандартные ледовые условия. Среди них центральную роль играет движение ледокола в ровном сплошном неразрушенном ледяном поле [1–21]. Рассмотрим существенную часть ледового сопротивления – составляющую обломков льда в составе чистого ледового сопротивления.

Феноменологическая модель взаимодействия обломков льда с корпусом ледокола при движении в ровном сплошном ледяном поле

При движении ледокола в ровном сплошном льду плавающая ледяная пластина разрушается корпусом, образуя обломки различной формы в плане и толщиной равной толщине неразрушенного ледяного покрова.

Обломки разрушенного ледяного покрова поворачиваются, притапливаются и раздвигаются, следуя обводам подводной части корпуса ледокола. Траектория движения льдин существенно зависит от формы корпуса. При работе ледоколов, характеризующихся большими отношениями B/T ,

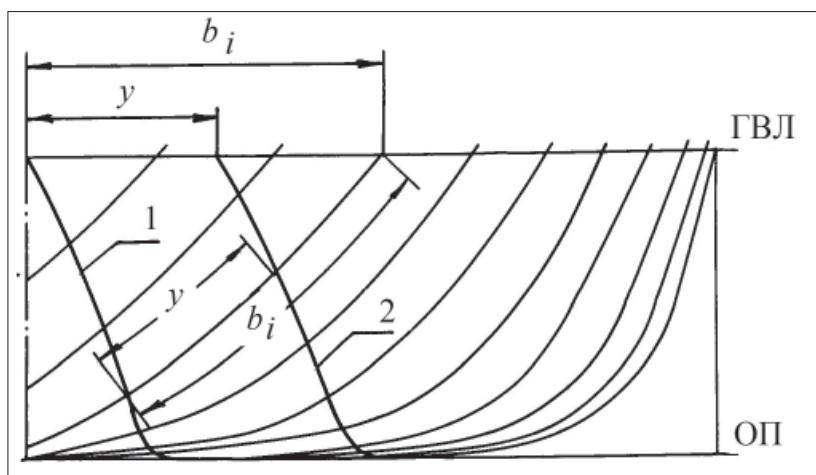


Рис. 1. Схема облезания корпуса обломками льда:
1 – нижняя граница ледяной «рубашки»;
2 – траектория движения льдины

пологими батоксами и большим развалом шпангоутов, как показывают наблюдения, практически весь сломанный лед попадает под корпус ледокола, образуя в его подводной части ледяную «рубашку». Облежание притопленным льдом подводной части корпуса происходит на значительном расстоянии от форштевня по длине судна и вниз от действующей ватерлинии. Ширина контакта обшивки с обломками льда по периметру шпангоута с каждого борта равна, примерно, полуширине ледовой ватерлинии в соответствующем районе по длине судна (рис. 1). Между зонами облезания льда правого и левого борта образуется разрыв в ледяной рубашке.

В носовой части судна обломки льда образуют оболочку, плотно прилегающую к наружной обшивке. Лед в данном районе корпуса прижимается к обшивке силами плавучести льда и гидродинамическими силами, поскольку внешняя нормаль к наружной обшивке составляет острый угол с направлением движения.

В кормовой части плотность оболочки уменьшается за счет противоположного действия гидродинамических сил. При приближении к корме возможны отрывы ледяной оболочки.

Устойчивость ледяной оболочки особенно в кормовой оконечности зависит от формы корпуса подводной части и скорости движения судна. Пройдя наиболее широкую часть корпуса судна, часть льда всплывает по бортам, а часть остается под днищем и всплывает в проложенном канале. После прохождения судна практически весь лед остается в канале образованным ледоколом, покрывая его до 9–10 баллов (90–100 % площади канала).

Наблюдения за работой ледоколов в сплошном льду показывают, что, несмотря на периодичность

усилий, связанных с ломкой льда, непрерывное движение в ровном льду происходит с практически постоянным всплытием и дифферентом на корму, величина которых зависит от толщины льда и скорости. Это объясняется не одновременностью контакта в различных участках корпуса и инерцией ледокола, имеющего большую массу. Скорость непрерывного движения также практически постоянна. Поэтому можно считать, что непрерывный ход ледокола в ровном сплошном ледяном поле имеет характер близкий к установившемуся движению.

Теоретическая модель сопротивления обломков льда при движении в ровном сплошном неразрушенном ледяном поле

Работа, затрачиваемая на преодоление обломков льда, является значительной частью энергетических затрат ледокола.

Как отмечается в [6], сопротивление обломков льда движению ледокола можно представить в виде

$$R_o = R_n + R_i + R_r, \quad (1)$$

где R_n – сопротивление, обусловленное плавучестью льдин; R_i – инерционная составляющая сопротивления; R_r – гидродинамическая часть сопротивления, связанная с сопротивлением воды движению льдин.

На элемент обшивки $d\Omega$, взаимодействующий с обломками льда, действуют нормальное усилие dN , обусловленное перечисленными составляющими и касательное усилие dF , обусловленное трением льда.

Применяя принцип суперпозиции, можно записать

$$dN = dN_{\Pi} + dN_{\Pi} + dN_{\Gamma} \quad (2)$$

Если считать, что трение обшивки о лед подчиняется закону Кулона-Амонтона, то

$$dF = fdNdF_{\Pi, \Pi, \Gamma} = fdN_{\Pi, \Pi, \Gamma} \quad (3)$$

Введем подвижную, связанную с судном $Oxyz$ и неподвижную $O'x'y'z'$ системы координат.

Пусть в начальный момент контакта корпуса с кромкой льда начала координат обеих систем совпадают и расположены на пересечении ДП, плоскостей КВЛ и мидель – шпангоута. Оси Ox и $O'x'$ направлены вперед по направлению движения, оси Oy и $O'y'$ перпендикулярны ДП и направлены на правый борт, а оси Oz и $O'z'$ направлены вертикально вниз. Обозначим углы, характеризующие форму обводов корпуса некоторой точки судовой поверхности: φ_1 – угол между касательной к батоксу и ОП; φ_2 – угол между касательной к ватерлинии и ДП; φ_3 – угол наклона шпангоута к вертикали.

Введем также направляющие косинусы нормали и некоторого касательного направления для произвольной точки судовой поверхности. Для краткости записи обозначим их:

$$n_x = \cos(\vec{n}, \vec{x}); n_y = \cos(\vec{n}, \vec{y}); n_z = \cos(\vec{n}, \vec{z});$$

$$\tau_x = \cos(\vec{\tau}, \vec{x}); \tau_y = \cos(\vec{\tau}, \vec{y}); \tau_z = \cos(\vec{\tau}, \vec{z}).$$

Отметим, что направляющие косинусы и углы наклона судовой поверхности аналитически связаны между собой с помощью следующих равенств:

$$n_x = \frac{\operatorname{tg} \varphi_2}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_2 + \operatorname{tg}^2 \varphi_3}}; n_y = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_2 + \operatorname{tg}^2 \varphi_3}};$$

$$n_z = \frac{\operatorname{tg} \varphi_3}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_2 + \operatorname{tg}^2 \varphi_3}}; n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 = 1; \operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{\operatorname{tg} \varphi_2}{\operatorname{tg} \varphi_3}. \quad (4)$$

Движение ледокола можно рассматривать как движение системы координат $Oxyz$ относительно $O'x'y'z'$. Считается, что при установившемся движении ледокола его посадка изменяется незначительно [6]. Более того Enkvist'ом были поставлены специальные опыты со свободной жесткой запряжкой модели [20], показывающие независимость сопротивления от изменения посадки.

Поэтому перемещение $Oxyz$ будем рассматривать только вдоль оси $O'x'$ и обозначим его x .

Рассмотрим последовательно каждую составляющую сопротивления обломков льда.

Сопротивление, обусловленное плавучестью льдин

Нормальное усилие, действующее на элемент обшивки $d\Omega$, обусловленное плавучестью льда

$$dN_{\Pi} = n_z dZ_{\Pi} = n_z (\rho - \rho_{\Pi}) gh d\Omega, \quad (5)$$

где ρ, ρ_{Π} – плотность воды и льда.

Проекция этих усилий dN_{Π} и dF_{Π} на направление движения (ось Ox)

$$dX_{\Pi} = dN_{\Pi} n_x + dF_{\Pi} \tau_x. \quad (6)$$

Интегрируя (6) с учетом (5) и (4) по всей зоне облегания корпуса льдом Ω_{Π} , получим выражение для составляющей сопротивления, связанной с плавучестью льда

$$R_{\Pi} = (\rho - \rho_{\Pi}) gh \int_{\Omega_{\Pi}} (n_z n_x + f n_z \tau_x) d\Omega. \quad (7)$$

Инерционная составляющая обломков льда

При определении инерционной составляющей обломков льда, учтем, что наиболее значительные ускорения обломки льда получают при первоначальном контакте корпуса со льдом. Поэтому приближенно можно считать, что инерционные силы приложены в районе действующей ватерлинии.

Изменение кинетической энергии элемента льда в момент контакта под действием элементарной силы, приложенной со стороны обшивки

$$dN_{\Pi} d\eta = K_2 + K_1, \quad (8)$$

где dN_{Π} – нормальная инерционная сила, действующая на элемент ватерлинии; $d\eta$ – перемещение вдоль нормали; $K_2 + K_1$ – изменение кинетической энергии элемента льда.

Деля уравнение (8) на $d\eta$ и подставляя выражение для кинетической энергии, получим

$$dN_{\Pi} = \frac{c_{\Pi}}{d\eta} \frac{m(v_{N_2}^2 - v_{N_1}^2)}{2}, \quad (9)$$

где m – масса элемента льда; v_{N_1} и v_{N_2} – скорости элемента льда до и после контакта; c_{Π} – безразмерный

коэффициент, учитывающий присоединенные массы воды [22].

Пусть приращение скорости льда происходит скачкообразно в районе КВЛ от нуля до скорости, обусловленной скоростью судна, тогда

$$v_{N_1} = 0, \quad v_{N_2} = vn_x. \quad (10)$$

Массу элемента льда представим в виде

$$m = \rho_{\text{л}} h dx dy. \quad (11)$$

Выразим нормальное перемещение обшивки $d\eta$ через поступательное перемещение судна dx

$$d\eta = dx n_x. \quad (12)$$

Подставляя (10), (11) и (12) в (9), получим

$$dN_{\text{н}} = c_{\text{н}} h \frac{\rho_{\text{л}} v^2}{2} n_x dy. \quad (13)$$

Проецируя инерционные и сопутствующие силы трения на направление движения и интегрируя по ширине носовой ветви КВЛ

$$R_{\text{н}} = \rho_{\text{л}} h v^2 \int_0^{B/2} c_{\text{н}} (n_x^2 + fn_x \tau_x) dy. \quad (14)$$

Коэффициент, учитывающий влияние присоединенных масс воды, $c_{\text{н}}$ (14) зависит от размеров обломков льда и его можно оценить по формуле Пабста [22] для присоединенной массы прямоугольной пластины.

В работах [1, 20] указывается на зависимость размеров обломков от скорости движения судна, полученную на основе натуральных наблюдений. Эта зависимость графически изображенная в [2], хорошо аппроксимируется формулой

$$\alpha b = \frac{0,087}{0,215 + v_z / \sqrt{gh}}, \quad (15)$$

где $\alpha = \sqrt{\frac{\rho_{\text{в}} g}{D}}$ – параметр изгиба пластины на упругом основании; $D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$ – цилиндрическая

жесткость ледяной пластины; E, μ – модуль упругости и коэффициент Пуассона для льда; h – толщина льда; b – ширина обламываемого сектора; v_z – вертикальная скорость деформации ледяного покрова на форштевне, связанная со скоростью движения ледокола v и углом наклона форштевня φ_1

$$v_z = v \operatorname{tg} \varphi_1. \quad (16)$$

Учитывая зависимость для размеров обломков (15) и (16), получим

$$c_{\text{н}} = 1 + \frac{0,019}{0,215 + Fr_h \operatorname{tg} \varphi_{1\phi}} \frac{\rho}{\rho_{\text{л}}} \frac{1}{\alpha h}, \quad (17)$$

где $Fr_h = v/(gh)^{1/2}$ – число Фруда по толщине льда.

Гидродинамическая составляющая сопротивления

Нормальное гидродинамическое усилие, действующее на элемент «ледяной рубашки» и передаваемое на корпус судна, может быть определено по формуле

$$dN_{\text{г}} = c_{\text{г}} \frac{\rho v_N^2}{2} d\Omega = c_{\text{г}} \frac{\rho v^2}{2} n_x^2 d\Omega. \quad (18)$$

Касательную компоненту и суммарную проекцию гидродинамических сил, действующих на элемент льда, найдем по формулам (5) и (6).

Интегрируя по площади зоны контакта, определим

$$R_{\text{г}} = \rho v^2 \int_{\Omega_{\text{л}}} c_{\text{г}} (n_x^3 + fn_x^2 \tau_x) d\Omega. \quad (19)$$

Коэффициент гидродинамического сопротивления льдин $c_{\text{г}}$ при их поперечном обтекании можно оценить с использованием данных, приведенных в [23]. Так для пластины, обтекаемой аналогично $c_{\text{г}} \approx 2$.

В интегралы (7), (14) и (19) входит косинус угла между касательной к траектории движения льда в данной точке и направлением движения τ_x . Из наблюдений за движением льда относительно обшивки следует, что лед движется в направлении, составляющем минимальный угол с направлением движения, какой только допускают обводы корпуса в данном районе. В частности, по плоскому дну движение происходит приблизительно по батоксам, а по вертикальному борту по ватерлиниям.

Определим τ_x , используя направляющие косинусы внешней нормали. В силу ортогональности нормали \vec{n} и вектора $\vec{\tau}$, совпадающего по направлению с движением льда

$$n_x \tau_x + n_y \tau_y + n_z \tau_z = 0; \quad (20)$$

$$\tau_x^2 + \tau_y^2 + \tau_z^2 = 1. \quad (21)$$

Подставляя τ_z , полученный из (20) в (21), запишем уравнение, связывающее в неявной форме

углы $(\vec{\tau}, \vec{x})$ и $(\vec{\tau}, \vec{y})$ определяющие направление касательной к траектории льдин в данной точке

$$F[(\vec{\tau}, \vec{x}), (\vec{\tau}, \vec{y})] = \tau_x^2 + \tau_y^2 + \left[\frac{n_x}{n_z} \tau_x + \frac{n_y}{n_z} \tau_y \right]^2 - 1 = 0. \quad (22)$$

В силу гладкости функции $(\vec{\tau}, \vec{x}) = f(\vec{\tau}, \vec{x})$ при повороте вектора $\vec{\tau}$ на касательной плоскости ее экстремум однозначно определится условием

$$\frac{d(\vec{\tau}, \vec{x})}{d(\vec{\tau}, \vec{y})} = \frac{\partial F / \partial (\vec{\tau}, \vec{y})}{\partial F / \partial (\vec{\tau}, \vec{x})}, \quad (23)$$

которое в развернутом виде приводит к уравнению

$$\tau_y^2 + \frac{n_y}{n_z} \left(\frac{n_x}{n_z} \tau_x + \frac{n_y}{n_z} \tau_y \right) = 0. \quad (24)$$

Совместное решение уравнений (24) и (22) определяет искомый τ_x зависимости от направляющих косинусов внешней нормали

$$\tau_x = \pm \sqrt{n_y^2 + n_z^2} = \pm \sqrt{1 - n_x^2}. \quad (25)$$

Таким образом, теоретическая модель сопротивления обломков льда при движении в ровном сплошном неразрушенном ледяном поле может быть записана следующим образом:

$$R_o = (\rho - \rho_{\text{л}}) gh \Omega_{\text{л}} (\Phi_{\text{н}} + f \Phi_{\text{нт}}) + \rho_{\text{л}} h B v^2 \left[\left(1 + \frac{0,019}{(0,215 + Fr_h \text{tg} \phi_{\text{л}})} \frac{\rho}{\rho_{\text{л}}} \frac{1}{ah} \right) \cdot (\Phi_{\text{н}} + f \Phi_{\text{нт}}) + 2 \frac{\rho}{\rho_{\text{л}}} \frac{\Omega_{\text{л}}}{Bh} (\Phi_{\text{г}} + f \Phi_{\text{гт}}) \right], \quad (26)$$

где Φ_i – геометрические функции, характеризующие форму корпуса судна с точки зрения сопротивления обломков льда:

$$\begin{aligned} \Phi_{\text{н}} &= \frac{1}{\Omega_{\text{л}}} \int_{\Omega_{\text{л}}} n_x n_z d\Omega, & \Phi_{\text{нт}} &= \frac{1}{\Omega_{\text{л}}} \int_{\Omega_{\text{л}}} n_z \sqrt{1 - n_x^2} d\Omega, \\ \Phi_{\text{г}} &= \frac{1}{\Omega_{\text{л}}} \int_{\Omega_{\text{л}}} n_x^3 d\Omega, & \Phi_{\text{гт}} &= \frac{1}{\Omega_{\text{л}}} \int_{\Omega_{\text{л}}} n_x^2 \sqrt{1 - n_x^2} d\Omega, \\ \Phi_{\text{н}} &= \frac{2}{B} \int_0^{B/2} \sqrt{n_x^2} dy, & \Phi_{\text{нт}} &= \frac{2}{B} \int_0^{B/2} n_x \sqrt{1 - n_x^2} dy. \end{aligned}$$

Полуэмпирическая модель сопротивления обломков льда при движении в ровном сплошном неразрушенном ледяном поле

При построении теоретической модели сопротивления обломков льда при движении в ровном сплошном неразрушенном ледяном поле (26) неизбежно использовались математические модели, упрощающие физическую реальность. Поэтому для получения надежного расчетного метода расчетные зависимости необходимо корректировать с учетом данных натурных испытаний ледоколов.

Для этих целей используют, так называемый, полуэмпирический метод [14], суть которого заключается в том, что составляется условная схема, позволяющая описать аналитически рассматриваемое явление с учетом основных определяющих его факторов и довести решение до простых расчетных формул. В эти формулы вводятся постоянные безразмерные коэффициенты, отражающие условность сделанных допущений и неточности принятой схемы. Численные значения этих коэффициентов определяются эмпирическим путем по данным модельных и натурных испытаний.

В нашем случае в качестве такой условной схемы может быть принята описанная теоретическая модель ледового сопротивления.

Для определения эмпирических коэффициентов надежнее всего базироваться на данные натурных испытаний, учитывая, что, как отмечалось выше, полностью адекватной модели пока не найдено.

Энергетический подход, использованный для построения теоретической модели, позволяет в общем случае представить ледовое сопротивление в виде

$$R = \sum_{j=1}^m k_j r_j, \quad (27)$$

где r_j – комбинация определяющих ледовое сопротивление факторов, связанная с некоторым физическим процессом, имеющая размерность силы; k_j – искомый эмпирический коэффициент.

Уравнение вида (27) линейное относительно коэффициентов называют уравнением множественной линейной регрессии. Количество членов этого уравнения m зависит от способа группировки слагаемых (26). Если раскрыть все скобки в выражении теоретической модели R , то получится $m = 6$ членов в уравнении (27).

При вычислении k_j , например, с использованием метода наименьших квадратов по стандартной

библиотечной программе, формально нет ограничений для числа членов m . Лишь бы число членов было не больше, чем число экспериментальных точек. Однако, надежность определения коэффициентов k_j существенно зависит от количества и качества экспериментальных данных. Уменьшение m приводит к увеличению надежности коэффициентов k_j .

Численный анализ показывает, что лучших результатов при ограниченном наборе экспериментальных данных для ледоколов, движущихся в бесснежном льду удается добиться, если выражение для R перегруппировать к виду

$$R = R_{\text{ост}} + R_{\text{ов}}, \quad (28)$$

где $R_{\text{ост}}$, $R_{\text{ов}}$ – статическая и зависящая от скорости составляющие сопротивления обломков.

Коэффициенты k_j , как отмечалось выше, по физическому смыслу безразмерные на основании ограниченного модельного эксперимента равны $k_{\text{ост}} = 2,7$, $R_{\text{ов}} = 0,88$.

При накоплении экспериментальных данных число членов уравнениях (27), (28) m может увеличиваться, коэффициенты k_j уточняются.

Заключение

На основе феноменологической модели и теоретического анализа получена структура сопротивления обломков льда при движении ледокола в ровном сплошном льду. Показаны принципы построения полуэмпирических моделей сопротивления обломков льда при движении в ровном сплошном неразрушенном ледяном поле. На базе ограниченного модельного эксперимента получены коэффициенты полуэмпирической модели. Расчетные формулы могут быть использованы для исследований ледовой ходкости судов, в том числе и на стадии проектирования. При накоплении экспериментальных данных расчетная модель может уточняться.

Представленные результаты получены по проекту РНФ № 22-19-00376 «Экспериментально-теоретическое исследование полуэмпирических моделей взаимодействия судов со льдом».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алексеев Ю.Н., Сазонов К.Е., Шахаева Л.М. Оценка составляющей полного ледового сопротивления, зависящей от разрушения льда //

Вопросы судостроения. Серия: Проектирование судов. ЦНИИ «Румб». Л., 1982. Вып. 32. С. 69–73.

2. Зуев В.А. *Средства продления навигации на внутренних водных путях.* Л.: Судостроение, 1986. 207 с.
3. Ионов Б.П. *Ледовое сопротивление и его составляющие.* Л.: Гидрометеиздат, 1988. 80 с.
4. Ионов Б.П., Грамузов Е.М. *Ледовая ходкость судов.* СПб.: Судостроение, 2013. 504 с.
5. Каневский Г.И., Сазонов К.Е., Клубничкин А.М. *Прогнозирование характеристик ходкости многогольвных судов.* Санкт-Петербург: Крыловский государственный научный центр, 2019. 160 с.
6. Каштелян В.И., Позняк И.И., Рывлин А.Я. *Сопротивление льда движению судна.* Л.: Судостроение, 1968. 238 с.
7. Козин В.М. *Прикладные задачи динамики ледяного покрова* / В.М. Козин, В.Д. Жесткая, А.В. Погорелова, С.Д. Чижумов, М.Р. Джабраилов, В.С. Морозов, А.Н. Кустов. М.: Академия естествознания, 2008. 329 с.
8. Козин В.М. Релаксационные свойства ледяного покрова // *Проблемы Арктики и Антарктики.* 2021. Т. 67. № 2. С. 165–176.
9. Ногид Л.М. Моделирование движения судна в сплошном ледяном поле и битых льдах // *Сб. науч. тр. ЛКИ.* Л., 1959. Вып. 28. С. 179–185.
10. Рабинович М.Е. К задаче о сопротивлении обломков льда движению судна в сплошном ледяном поле // *Сб. науч. тр. Горьков. политехн. ин-та. Горький,* 1974. Т. 30. Вып. 13. С. 127–134.
11. Рывлин А.Я., Хейсин Д.Е. *Испытания судов во льдах.* Л.: Судостроение, 1980. 207 с.
12. Сазонов К.Е. *Модельный и натурный эксперименты в морской ледотехнике.* Санкт-Петербург: Крыловский государственный научный центр, 2021. 308 с.
13. Сазонов К.Е. *Теоретические основы плавания судов во льдах.* Санкт-Петербург: ЦНИИ, 2010. 271 с.
14. Сегал З.Б. Сопротивление движению ледокола в сплошном ледяном поле // *Сборник научных трудов.* ЛИВТ. Л., 1970. Вып. 127. С. 108–118.
15. Хейсин Д.Е. *Динамика ледяного покрова.* Л.: Гидрометеорологическое изд-во, 1967. 215 с.
16. Шиманский Ю.А. Теория моделирования движения судна в сплошном ледяном поле // *Сб. науч. тр. / ААНИИ.* - Л., 1960. - Т.237. - С. 39-29.
17. Шиманский Ю.А. Условные измерители ледовых качеств судов // *Сборник научных трудов.* ААНИИ. Л., 1938. Т. 130. 125 с.
18. Яковлев М.С. Методика определения ледопродимости речных судов // *Сборник научных трудов*

- Горьков. политехн. ин-т. Горький, 1961. Т. 17. Вып. 1. С. 24.
19. Edwards R.Y. et al. Full Scale and Model Tests of a Great Lakes Icebreaker // The society of Naval Architects and Marine Engineers. 1972. Vol. 80. Pp. 1–31.
20. Enkvist E. On the ice resistance encountered by ships operating in the continuous mode of icebreaking // The Swedish academy of engineering sciences in Finland, Rep. № 24. Helsinki, 1972. 181p.
21. Milano V.R. Ship resistance to continuous motion in ice // Trans. SNAME. 1973. Vol. 81. New York, N.-Y., 1974. Pp. 274–299. Discuss. Pp. 300–306.
22. Короткин А.И. *Присоединенные массы воды: Справочник*. Л.: Судостроение, 1986. 312 с.
23. Девнин С.И. *Аэродинамический расчет плохо-обтекаемых судовых конструкций*. Л.: Судостроение, 1967. 223 с.

REFERENCES

1. Alekseev Yu.N., Sazonov K.E., Shahaeva L.M. Ocenka sostavyayushchej polnogo ledovogo soprotivleniya, zavisyashchej ot razrusheniya l'da [Estimation of the component of total ice resistance, depending on the destruction of ice]. *Voprosy sudostroeniya. Seriya: Proektirovanie sudov* [Shipbuilding issues. Series: Ship Design]. CNII «Rumb». L., 1982. Vol. 32. Pp. 69–73.
2. Zuev V.A. *Sredstva prodleniya navigacii na vnutrennih vodnyh putyah* [Means of extending navigation on inland waterways]. L.: Sudostroenie [Leningrad: Publishing house «Shipbuilding»], 1986. 207 p.
3. Ionov B.P. *Ledovoe soprotivlenie i ego sostavyayushchie* [Ice resistance and its components]. L.: Gidrometeoizdat [Leningrad: Publishing house «Gidrometeoizdat»], 1988. 80 p.
4. Ionov B.P., Gramuzov E.M. *Ledovaya hodkost' sudov* [Ice propulsion of ships]. SPb.: Sudostroenie [Saint Petersburg: Publishing house «Shipbuilding»], 2013. 504 p.
5. Kanevskij G.I., Sazonov K.E., Klubnichkin A.M. *Prognozirovanie harakteristik hodkosti mnogoval'nyh sudov* [Prediction of propulsion characteristics of multi-shaft vessels]. Sankt-Peterburg: Krylovskij gosudarstvennyj nauchnyj centr [Saint Petersburg: Krylov State Research Center], 2019. 160 p.
6. Kashtelyan V.I., Poznyak I.I., Ryvlin A.YA. *Soprotivlenie l'da dvizheniyu sudna* [Ice resistance to ship movement]. L.: Sudostroenie [Leningrad: Publishing house «Shipbuilding»], 1968. 238 p.
7. Kozin V.M. *Prikladnye zadachi dinamiki ledyanogo pokrova* [Applied Problems of Ice Cover Dynamics]. V.M. Kozin, V.D. Zhestkaya, A.V. Pogorelova, S.D. Chizhumov, M.R. Dzhabrailov, V.S. Morozov, A.N. Kustov. M.: Akademiya estestvoznaniya [Moscow: Publishing house «Academy of Natural Sciences»], 2008. 329 p.
8. Kozin V.M. Relaksacionnye svojstva ledyanogo pokrova [Relaxation properties of the ice cover]. *Problemy Arktiki i Antarktiki* [Problems of the Arctic and Antarctic]. 2021. Vol. 67. № 2. Pp. 165–176.
9. Nogid L.M. Modelirovanie dvizheniya sudna v sploshnom ledyanom pole i bityh l'dah [Simulation of vessel movement in a continuous ice field and broken ice]. *Sb. nauch. tr. LKI.- L.* [Collection of scientific works of the Leningrad Shipbuilding Institute, Leningrad], 1959. Vol. 28. Pp. 179–185.
10. Rabinovich M.E. K zadache o soprotivlenii oblomkov l'da dvizheniyu sudna v sploshnom ledyanom pole [On the problem of the resistance of ice fragments to the movement of a ship in a continuous ice field]. *Sb. nauch. tr. Gor'kov. politehkn. in-t, Gor'kij* [Collection of scientific works of the Gorky Polytechnic Institute, Gorky], 1974. Vol. 30. Vol. 13. Pp. 127–134.
11. Ryvlin A.Ya., Hejsin D.E. *Ispytaniya sudov vo l'dah* [Testing ships in ice]. L.: Sudostroenie [Leningrad: Publishing house «Shipbuilding»], 1980. 207 p.
12. Sazonov K.E. *Model'nyj i naturnyj eksperimenty v morskoy ledotekhnike* [Model and full-scale experiments in marine ice engineering]. Sankt-Peterburg: Krylovskij gosudarstvennyj nauchnyj centr [Saint Petersburg: Krylov State Research Center], 2021. 308 p.
13. Sazonov K.E. *Teoreticheskie osnovy plavaniya sudov vo l'dah* [Theoretical foundations of navigation of ships in ice]. Sankt-Peterburg: CNII [Sankt-Petersburg: Central Research Institute], 2010. 271 p.
14. Segal Z.B. Soprotivlenie dvizheniyu ledokola v sploshnom ledyanom pole [Resistance to the movement of an icebreaker in a continuous ice field]. *Sb. nauch. tr. LIVT, L* [Collection of scientific works of the LIVT], 1970. Vol. 127. Pp. 108–118.
15. Hejsin D.E. *Dinamika ledyanogo pokrova* [Ice cover dynamics]. L.: Gidrometeorologicheskoe izd-vo [Leningrad: Hydrometeorological Publishing House], 1967. 215 p.
16. Shimanskij YU.A. *Teoriya modelirovaniya dvizheniya sudna v sploshnom ledyanom pole* [Theory of modeling the movement of a ship in a continuous ice field]. *Sb. nauch. tr. AANII. L.* [Collection of scientific works of the AARI, Leningrad], 1960. Vol. 237. Pp. 39–29.

17. Shimanskij Yu.A. Uslovnye izmeriteli ledovyh kachestv sudov [Conditional meters of ice qualities of ships]. *Sb. nauch. tr. AANII*, L. [Collection of scientific works of the AARI, Leningrad], 1938. Vol. 130. 125 p.
18. Yakovlev M.S. Metodika opredeleniya ledoprohodimosti rechnyh sudov [Methods for determining the ice-breaking capacity of river vessels]. *Sb. nauch. tr. Gor'kov. politekh. in-t, Gor'kij* [Collection of scientific works of the Gorky Polytechnic Institute, Gorky], 1961. Vol. 17. Vol. 1. P. 24.
19. Edwards R.Y. et al. Full Scale and Model Tests of a Great Lakes Icebreaker // The society of Naval Architects and Marine Engineers. 1972. Vol. 80. Pp. 1–31.
20. Enkvist E. On the ice resistance encountered by ships operating in the continuous mode of icebreaking // The Swedish academy of engineering sciences in Finland, Rep. № 24. Helsinki, 1972. 181 p.
21. Milano V.R. Ship resistance to continuous motion in ice // *Trans. SNAME*. 1973. Vol. 81. New York, N.Y., 1974. Pp. 274–299. Discuss. Pp. 300–306.
22. Korotkin A.I. *Prisoedinennye massy vody: Spravochnik* [Attached masses of water]. L.: Sudostroenie [Leningrad: Publishing house «Shipbuilding»], 1986. 312 p.
23. Devnin S.I. *Aerodinamicheskiy raschet plokhooobtekaemykh sudovykh konstruksiy* [Aerodynamic calculation of poorly streamlined ship structures]. L.: Sudostroenie [Leningrad: Publishing house «Shipbuilding»], 1967. 223 p.



Информация об авторах

Грамузов Евгений Михайлович, доктор техн. наук, доцент, профессор кафедры «Кораблестроение и авиационная техника»

Калинина Надежда Викторовна, канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры «Кораблестроение и авиационная техника»

Куркин Андрей Александрович, доктор физ.-мат. наук, профессор, проректор по научной работе, заведующий кафедры «Прикладная математика»

ФГБОУ ВО Нижегородский государственный технический университет им Р.Е. Алексеева
603950, г. Нижний Новгород, Российская Федерация, ул. Минина, 24

Information about authors

Gramuzov Evgenij Mihajlovich, Doctor of Tech. Sciences, Associate Professor, Professor of the Department "Shipbuilding and Aviation Engineering"

Kalinina Nadezhda Viktorovna, Cand. of Tech. Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department "Shipbuilding and Aviation Engineering"

Kurkin Andrej Aleksandrovich, Doctor of Phys.-Math. Sciences, Professor, Vice-Rector for Research, Head of the Department of Applied Mathematics

Nizhny Novgorod State Technical University na R.E. Alekseev
603950, Nizhny Novgorod, Russian Federation, st. Minina, 24