

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ СУДОВ В СЛОЖНОЙ ЛЕДОВОЙ ОБСТАНОВКЕ

Е.М. Грамузов, д-р техн. наук, Н.В. Калинина, канд. техн. наук, А.А. Куркин, д-р физ.-мат. наук  
Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексева, Нижний Новгород, Россия

## MATHEMATICAL MODEL OF SHIP MOVEMENT IN DIFFICULT ICE CONDITIONS

E.M. Gramuzov, Dr.Sc., N.V. Kalinina, Ph.D., A.A. Kurkin, Dr.Sc.  
Nizhny Novgorod State Technical University n.a. R.E. Alekseev, Nizhny Novgorod, Russia

*В работе рассмотрены этапы движения ледоколов и судов активного ледового плавания набегам в сложной ледовой обстановке, когда движение непрерывным ходом в сплошных льдах не представляется возможным. Основные этапы такого режима движения описаны дифференциальными уравнениями. Приведены решения этих уравнений. Представлена функция цели при оптимизации полного цикла движения. Проиллюстрирован расчет средней скорости движения набегам для различных судов.*

*The stages of icebreaker movement and ships of active ice navigation by ramming in a difficult ice situation are considered in the article. This is a mode of movement when continuous movement in solid ice is not possible. The main stages of this mode of motion are described by differential equations. Solutions of these equations are given. The goal function for optimizing the full cycle of movement is presented. The calculation of the average speed of movement by ramming for various ships is illustrated.*

**Введение.** Движение ледокола в сложной ледовой обстановке, когда толщина льда превышает предельную и невозможно непрерывным ходом, осуществляется набегам. Доля такой работы велика [1, 2]. Однако параметры движения, в частности длина разбега, выбираются судоводителями на основе интуиции и опыта работы и носят случайный характер. Анализ ходкости ледоколов при работе набегам [3] позволяет поставить вопрос об оптимизации тактики судовождения и рациональном проектировании ледоколов, рассчитанных преимущественно на такую работу. Возможности ледокола определяются его размерениями, формой корпуса и мощностью главной энергетической установки [2]. Для конкретного ледокола эти параметры фиксированы, поэтому для достижения максимальной скорости движения на первый план выступает тактика судовождения.

**Математическая модель движения ледоколов набегам.** На основе теоретических и экспериментальных исследований разработан полный цикл движения ледокола, состоящий из ускоренного и замедленного отхода назад от неразрушенного льда после остановки, разбега в собственном канале и продвижения в сплошном ледяном поле. Это сложное движение состоит из этапов, которые описаны дифференциальными уравнениями. Решение этих уравнений получено в [1].

При ускоренном движении на заднем ходу:

$$\begin{aligned} t &= \frac{1}{\sqrt{A_1 B_1}} \operatorname{Arth} \sqrt{1 - e^{(-2A_1 x)}}; & \dot{x} &= \sqrt{\frac{B_1}{A_1}} \operatorname{th}(t \sqrt{A_1 B_1}); \\ x(t) &= -\frac{1}{2A_1} \ln[1 - \operatorname{th}^2(t \sqrt{A_1 B_1})]; & \ddot{x} &= \frac{B_1}{\operatorname{ch}^2(t \sqrt{A_1 B_1})}; \end{aligned} \quad (1)$$

где  $t$  - время,  $x$ ,  $\dot{x}$ ,  $\ddot{x}$  - путь, скорость и ускорение судна;

$$A_1 = \frac{1.4 P u_{3,x} + k_{13,x} v_0^2}{(1 + k'_{11}) D v_0^2}, \quad B_1 = \frac{P u_{3,x} - k_{23,x}}{(1 + k'_{11}) D}; \quad (2)$$

$P u_{3,лх}$  - тяга ледокола на швартовых на заднем или переднем ходу;  $v_0$  - скорость движения на чистой воде при заданной мощности; где  $k'_{11}$  - коэффициент присоединенных масс воды и льда;  $D$  - водоизмещение;

$$\begin{aligned} k_{13,x,лх} &= k_{ид} \left[ c_{и\rho_л} h \frac{B}{2} (\Phi_{и} + f\Phi_{ит}) + c_{г\rho_л} h \frac{B}{2} (\Phi_{г} + f\Phi_{гт}) \right]; \\ k_{23,x,лх} &= k_{и} (\rho - \rho_{л}) g h B (\Phi_{и} + f\Phi_{ит}); \end{aligned} \quad (3)$$

$c_{и}$  - безразмерный коэффициент, учитывающий присоединенные массы воды в составе импульсного сопротивления льдин;  $\rho_{л}, \rho$  - плотность льда и воды;  $h$  - толщина льда,  $B$  - ширина ледокола;  $f$  - коэффициент трения льда об обшивку ледокола;  $c_{г}$  - коэффициент гидродинамического сопротивления при раздвигании льдин;  $g$  - ускорение свободного падения;  $b$  - средняя протяженность обломков льда, зависящая от его толщины, как показывают наблюдения, она определяется изгибом пластин на упругом основании и приближенно может быть принята из соотношения  $b \alpha = 0.312$ ;  $\alpha = \sqrt[4]{(\rho g) / d}$  - параметр изгиба пластины на упругом основании;  $d = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$  - цилиндрическая жесткость ледяной пластины;  $E, \mu$  - модуль упругости

и коэффициент Пуассона льда;  $k_{п}, k_{ил}$  - эмпирические коэффициенты, компенсирующие неточности теоретической модели сопротивления. Функции  $\Phi_{и} \dots \Phi'_{пт}$ , характеризующие форму корпуса, различны для переднего и заднего хода [1].

Торможение задним ходом происходит за счет того, что тяга винтов ледокола равна нулю или направлена в сторону, противоположную движению ледокола. Время и путь торможения при движении задним ходом учитываются в расчете в зависимости от режима торможения.

При ускоренном движении ледокола на переднем ходу решение имеет вид:

$$t = \frac{1}{\sqrt{A_3 B_3}} \text{Arth} \sqrt{1 - e^{(-2A_3 x)}}; \quad \dot{x} = \sqrt{\frac{B_3}{A_3}} \text{th}(t \sqrt{A_3 B_3});$$

$$x(t) = -\frac{1}{2A_3} \ln \left[ 1 - \text{th}^2(t \sqrt{A_3 B_3}) \right]; \quad \ddot{x} = \frac{B_3}{\text{ch}^2(t \sqrt{A_3 B_3})};$$

где

$$A_3 = \frac{1.4 P u_{nx} + k_{ил} v_0^2}{(1 + k'_{11}) D v_0^2}, \quad B_3 = \frac{P u_{nx} - k_{2nx}}{(1 + k'_{11}) D}.$$

В результате разбега ледокол приобретает некоторую скорость  $v_p$ , с которой он внедряется в сплошной лед, продвигаясь до полной остановки. На этом этапе решение уравнения поступательного движения с учетом имеет вид:

$$t = -\frac{1}{\sqrt{A_4 B_4}} \text{arctg} \sqrt{\frac{C_{11} e^{(-2A_4 x)} - B_4}{B_4}} + C_{12}; \quad \dot{x} = \sqrt{\frac{B_4}{A_4}} \text{tg}((C_{12} - t) \sqrt{A_4 B_4});$$

$$x(t) = -\frac{1}{2A_4} \ln \left[ \frac{B_4}{C_{11}} \left\{ 1 + \text{tg}^2((C_{12} - t) \sqrt{A_4 B_4}) \right\} \right]; \quad \ddot{x} = -\frac{B_4}{\cos^2((C_{12} - t) \sqrt{A_4 B_4})};$$

$$C_{11} = B_4 + v_p^2 A_4; \quad C_{12} = \frac{1}{\sqrt{A_4 B_4}} \text{arctg} \sqrt{\frac{v_p^2 A_4}{B_4}}.$$

где  $v_p$  - скорость ледокола, приобретенная в процессе разгона;

$$A_4 = \frac{1.4 P u_{nx} + k_3 v_0^2}{(1 + k'_{11}) D v_0^2}, \quad B_4 = -\frac{P u_{nx} - k_4}{(1 + k'_{11}) D};$$

$$k_3 = k_{ов} \rho_{л} h B \left[ c_{и} (\Phi_{и} + f \Phi_{пт}) + \frac{c_{г} \rho \Omega_{л}}{\rho_{л} B h} (\Phi_{г} + f \Phi_{гт}) \right];$$

$$k_4 = k_p \frac{h^4}{d \alpha} \left[ (1 + f \gamma_{птф}) + k_{сф} \gamma_{сф} \frac{d \alpha^2}{h} \sqrt{\frac{\text{tg} \varphi_{2ф}}{1 + \text{tg}^2 \varphi_{2ф}}} + 0.66 (1 + f \Phi_{пт}) B \alpha + \frac{k_{с6} \Phi_c d \alpha^3 B}{h} \right] +$$

$$+ k_{ос} (\rho - \rho_{л}) g h \Omega_{л} (\Phi_{п} + f \Phi_{пт}) + k_c g h_c \Omega_{л} (\Phi_{п} + f \Phi_{пт});$$

$$k_{сф} = 1.5 \cdot 10^{-3} \text{ кПа}^{-1}; \quad k_{с6} = 0.5 \cdot 10^{-3} \text{ кПа}^{-1}; \quad k_c = 0.3 \text{ Т/М}^3;$$

$\Omega_{л}$  - площадь подводной части корпуса, облегаемая льдом;  $k_p, k_{ост}, k_{ов}$  - эмпирические коэффициенты, компенсирующие неточности теоретической модели сопротивления,  $\gamma_{лтф}, \gamma_{сф}, \Phi_{и} \dots \Phi_{пт}$  - функции, характеризующие форму корпуса ледокола в районе контакта со льдом [1].

В выражении (7)  $Ru_{\text{лх}} < k_4$  и  $B_4$  принимает положительное значение. Это соответствует торможению ледокола вплоть до полной остановки во льду толщиной больше предельной.

На каждом этапе движения ледовое сопротивление зависит от толщины и физико-механических свойств льда, скорости движения, размерений и формы корпуса ледокола. Частным случаем математической модели является непрерывное движение в сплошных льдах. Теоретически получена совокупность решений дифференциальных уравнений движения на каждом этапе [1]. Математические модели, содержащие неизбежные упрощения настраиваются на данные натуральных экспериментов. Особую сложность составляли подбор и анализ несистематизированных натуральных данных, полученных при пассивных (попутных) экспериментах. Для этих целей разработаны алгоритмы подбора и обработки экспериментальных данных [4]. Получены расчетные зависимости параметров движения ледокола на каждом этапе. Из совокупности решений дифференциальных уравнений получена математическая модель средней скорости движения набегам в зависимости от длины отхода ледокола [5].

Продвижение в сплошном льду существенно зависит от скорости (кинетической энергии) вхождения в сплошной лед. Однако, для разгона ледокола требуется некоторый путь, определяемый его тягой и сопротивлением движению в канале битого льда. Пройденное расстояние определяется только продвижением в сплошном льду, а время на его преодоление суммарным временем на выполнение всех маневров. Поэтому средняя скорость движения ледокола набегам определяется выражением:

$$v_{\text{н}} = \frac{l_{\text{п}}}{t_{\text{от}} + t_{\text{зп}} + t_{\text{р}} + t_{\text{п}} + t_{\text{пз}} + t_{\text{оз}}}; \quad (15)$$

где  $l_{\text{п}}$ ,  $t_{\text{п}}$  - путь и время движения в сплошном льду;  $t_{\text{от}}$  - время отхода ледокола до начала реверса ледокола;  $t_{\text{зп}}$  - время реверса ледокола с заднего хода на передний;  $t_{\text{р}}$  - время разбега;  $t_{\text{пз}}$  - время реверса ледокола с переднего хода на задний;  $t_{\text{оз}}$  - время освобождения от заклинивания.

**Оптимизация работы ледоколов набегам.** Особый интерес представляет оптимизация полного цикла движения. В качестве функции цели может выступать максимальная средняя скорость движения за цикл. Полезный путь продвижения определяется только этапом движения в сплошном ледяном покрове на переднем ходу. Суммарное затраченное время складывается из затраченного времени на всех этапах движения.

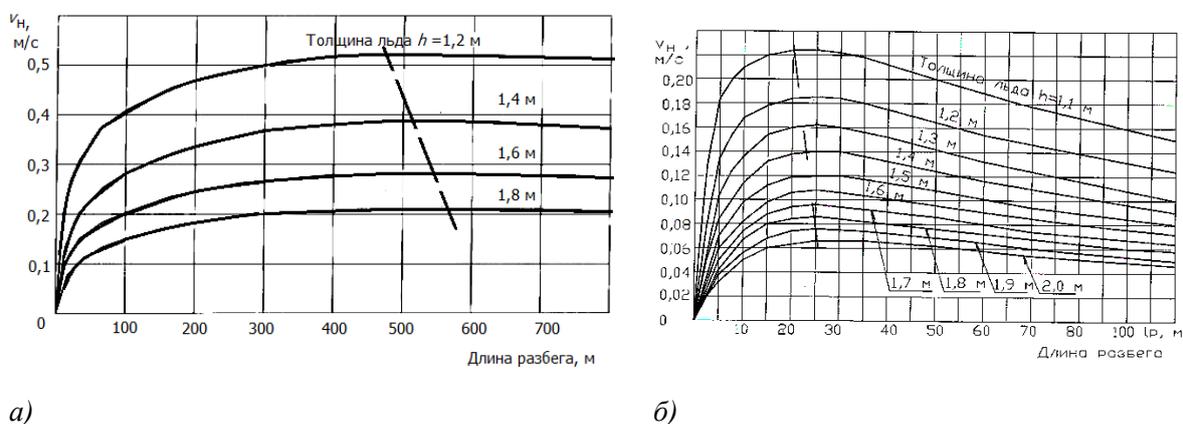
В качестве примера проиллюстрирован расчет средней скорости движения для двух проектов судов [6, 7]: танкера ледового класса проекта Р-70046 (рис. 1а) и ледокольного буксира проекта 2805 «Невская застава» в разных толщинах льда (рис. 1б). Основные характеристики судов приведены в табл. 1.

Таблица 1. Основные характеристики судов активного ледового плавания.

	Основные характеристики	Арктический танкер дедвейтом 70000 т	Ледокольный буксир проекта 2805 «Невская застава»
1.	Ледовый класс	Судно ледового плавания Arc 6	М-СП 3,5 (ледокол) А
2.	Длина между перпендикулярами $L_{\text{гп}}$ , м	232,80	38,0
3.	Ширина судна $B$ , м	35	11,8
4.	Высота борта $H$ , м	25,6	5,2
5.	Осадка по грузовую ватерлинию $T$ , м	13,9	3,8
6.	Водоизмещение $D$ , т	92407	912
7.	Мощность главного двигателя $N$ , кВт	18530	2×1800
8.	Скорость на чистой воде, уз.	18,5	9,7

Из рис. 1 видно, что средняя скорость движения ледокола за цикл в зависимости от длины разбега для всех толщин льда имеет максимум. Изменение средней скорости движения при увеличении длины разбега имеет различный характер. Если при возрастании длины разбега до оптимальной средняя скорость растет интенсивно, то при дальнейшем увеличении длины разбега происходит довольно плавное снижение средней скорости. То есть, при некотором увеличении длины разбега сверх оптимальной средняя скорость остается близкой к оптимальной. Это дает

свободу для выбора длины разбега судоводителю и подтверждается экспериментальными данными по работе ледоколов набегам. При увеличении длины разбега сверх оптимальной увеличивается продвижение за один цикл, следовательно, уменьшается число циклов на единицу пути. Это может положительно сказаться на моторесурсе энергетической установки из-за уменьшения числа реверсов. Таким образом, встает вопрос технико-экономического обоснования оптимальной тактики движения набегам.



а)

б)

Рис. 1. Зависимости скорости движения набегам от длины разбега судна во льдах различной толщины: а – танкер пр. Р-70076; б – буксир пр. 2805.

На основе проведенных расчетов получены рекомендации для судоводителей по выбору оптимальной тактики работы ледоколов набегам в зависимости от толщины и физико-механических характеристик ледяного покрова. Расчеты могут производиться для любого конкретного ледокола, характеризуемого водоизмещением, главными размерениями, формой корпуса в местах контакта со льдом, мощностью и параметрами движительно-рулевого комплекса.

Математическая модель средней скорости движения набегам позволяет анализировать влияние формы корпуса и соотношений главных размерений на эффективность работы.

Полученные математические модели могут быть использованы в проектных организациях на начальных этапах проектирования ледоколов, в научно-исследовательских организациях при проведении собственных исследований, в речных пароходствах при выборе тактики работы ледоколов в тяжелых ледовых условиях.

Представленные результаты выполнены по проекту № 22-19-00376 «Экспериментально-теоретическое исследование полуэмпирических моделей взаимодействия судов со льдом» в рамках гранта РФФ.

## Литература

1. Ионов Б.П., Грамузов Е.М. Ледовая ходкость судов.– СПб.: Судостроение, 2001.– 512 с.
2. Ионов Б.П., Грамузов Е.М., Зуев В.А. Проектирование ледоколов.– СПб.: Судостроение, 2013.– 512 с.
3. Сазонов К.Е. Оценка предельной толщины льда, преодолеваемой ледоколом при работе набегам // Судостроение. 2017. № 4 (833). С. 9-10.
4. Грамузов Е.М., Зуев В.А., Калинина Н.В., Куркин А.А. Использование данных натуральных экспериментов для построения полуэмпирической модели движения ледокола набегам // Вопросы атомной науки и техники. Серия: Математическое моделирование физических процессов. 2021. № 4. С. 83-90.
5. Ионов Б.П., Калинина Н.В. Выбор тактики движения судов в тяжелых льдах // Морской вестник. 2013. №1 (45). С. 106-108.
6. Калинина Н.В. Прогнозирование ледовой ходкости буксира ледокольного класса пр. 2805 / Морской вестник, № 1(25), 2008. С. 96-97.
7. Калинина Н.В. Исследование ледопроеходимости танкера арктического ледового плавания дедвейтом около 70000 тонн // Всероссийская научно-техническая конференция посвященная памяти выдающихся выпускников НГТУ Р.Е.Алексеева и И.И.Африкантова «Современные технологии в кораблестроительном и энергетическом образовании, науке и производстве», 23-26 октября 2006 г., Н.Новгород. С.131-135.