

Е.М. Грамузов
доктор техн. наук, доцент
Н.В. Калинина
канд. техн. наук, доцент
А.А. Куркин
доктор физ.-мат. наук, профессор
(Нижегородский государственный технический
университет им. Р.Е. Алексеева)
г. Нижний Новгород, Российская Федерация

ФИЗИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ СПЛОШНОГО ЛЬДА ДВИЖЕНИЮ СУДОВ

В настоящее время актуальными являются экспериментальные исследования ледовой ходкости судов в опытовых бассейнах. Модельные испытания являются универсальным способом оценки ледовых качеств судов и инженерных сооружений в различных ледовых условиях, а также служат для создания теоретических методов определения ледового сопротивления судов. Рассмотрены два метода моделирования ледового сопротивления судов: модернизация теории моделирования в сторону смягчения требований к модели ледяного покрова и моделирование в естественном льду. Обоснован метод пересчета ледового сопротивления с модели на натурное судно. Предложенная альтернативная теория моделирования ледового сопротивления основана на дифференциальных уравнениях равновесия и позволяет упростить требования к лабораторному льду. Метод пересчета ледового сопротивления с модели на натурное судно с использованием полумпирических моделей сопротивления льда движению судна может быть использован на этапе проектирования ледоколов и судов ледового плавания.

Ключевые слова: сплошной ледяной покров, физическое моделирование, ледовое сопротивление движению судов, модельный лед, пересчет ледового сопротивления с модели на натурное судно.

E.M. Gramuzov
Doctor of Tech. Sciences, Associate Professor
N.V. Kalinina
Cand. of Tech. Sciences, Associate Professor
A.A. Kurkin
Doctor of Phys.-Math. Sciences, Professor
(Nizhny Novgorod State Technical
University na R.E. Alekseev)
Nizhny Novgorod, Russian Federation

PHYSICAL MODELING OF SOLID ICE RESISTANCE TO SHIP MOVEMENT

At present, experimental studies of the ice propulsion of vessels in experimental basin are relevant. Model tests are a universal way to assess the ice performance of ships and engineering structures in various ice conditions. Model tests serve to create theoretical methods for determining the ice resistance and its components. Methods for physical modeling of ice resistance of ships are described in the article. Two methods for modeling the ice resistance of ships: modernization of the theory of modeling in the direction of softening the requirements for the ice cover model and modeling in natural ice are considered. The method of recalculating ice resistance from the model to the full-scale ship is justified. The proposed alternative theory of ice resistance modeling is based on differential equilibrium equations and allows simplifying the requirements for laboratory ice. The method of recalculating ice resistance from a model to a full-scale ship using semi-empirical models of ice resistance to ship movement can be used at the stage of designing icebreakers and ice-going ships.

Keywords: solid ice cover, physical modeling, ice resistance to ship movement, model ice, recalculation of ice resistance from a model to a full-scale ship.

DOI: 10.25791/esip.12.2022.1343

Введение

В настоящее время в различных странах построено и функционирует около 30 ледовых бассейнов, которые используют в своей деятельности различные теоретические и методические основы, а также различные модели лабораторного льда [1–4].

Значительный интерес к модельным испытаниям во всем мире вызван рядом объективных причин. Прежде всего, лабораторные условия позволяют проводить в относительно короткие сроки серийные модельные испытания в широком диапазоне изменения формы и размерений будущих судов и инженерных сооружений. Кроме того, из-за сложности и многообразия задачи по оценке

ледового сопротивления не представляется возможным без специальных модельных испытаний создать надежный расчетный метод, учитывающий в явном виде параметры судна и характеристики льда. При этом модельный эксперимент, наряду с натурным, используется для определения различного рода коэффициентов, учитывающих ограниченность информации, а также предположения и допущения, сделанные при выводе аналитической зависимости. Таким образом, модельные испытания в ледовом бассейне являются универсальным способом оценки ледовых качеств судов и инженерных сооружений в различных ледовых условиях, а также служат для создания теоретических методов определения ледового сопротивления и его составляющих.

Пути развития методов физического моделирования ледового сопротивления судов

Центральной проблемой физического моделирования ледового сопротивления остается создание модели ледяного покрова.

Классическая теория моделирования была предложена Ю.А. Шиманским, Л.М. Ногидом [1–6]. В ней на основе теории размерностей сформулированы требования к лабораторному льду:

1. При выполнении равенств

$$\frac{L_n}{L_m} = \lambda, \quad \frac{v_n}{v_m} = \sqrt{\lambda}, \quad \rho_n = \rho_m, \quad (1)$$

соблюдаются условия геометрического и кинематического подобия, а массовые силы удовлетворяют критериям гравитационного подобия. Тогда автоматически выполняется условие подобия Фруда, Струхала и Эйлера.

2. Если, кроме равенств (1), выполняются дополнительные условия для натурального и модельного льда

$$\frac{h_n}{h_m} = \frac{E_n}{E_m} = \frac{\sigma_n}{\sigma_m} = \lambda, \quad \mu_n = \mu_m, \quad (2)$$

то силы упругости также будут моделироваться по критериям гравитационного подобия, при этом удовлетворяются условия Коши.

3. Выполнение условий (1) и (2) приводит к соблюдению подобия геометрии ломки льда в плане. Силы сухого трения льда о корпус и льда о лед моделируются по условию Фруда при выполнении условия $f_n = f_m$, а при удовлетворении условия

$$\frac{\eta_n}{\eta_m} = \lambda^{3/2} \quad (3)$$

моделируются также и пластические свойства льда.

В (1)–(3) приняты следующие обозначения: L_n и L_m – характерные линейные размеры натурального объекта и модели; λ – модуль геометрического подобия; v_n и v_m – характерные скорости натурального объекта и модели; ρ_n и ρ_m – плотности натурального и модельного льда; h_n и h_m – толщины натурального и модельного льда; E_n и E_m – модули нормальной упругости натурального и модельного льда; σ_n и σ_m – пределы прочности натурального и модельного льда; μ_n и μ_m – коэффициенты Пуассона натурального и модельного льда; η_n и η_m – коэффициент вязкости (внутреннее трение) для натурального и модельного льда.

Лабораторный лед должен одновременно удовлетворять условиям (2) и (3), иметь характер разрушения схожий с натурным льдом. Кроме того, методика приготовления лабораторного льда должна обеспечить возможность многократно воспроизводить лед заданной толщины и физико-механических характеристик.

Проведенные различными авторами исследования новых составов льда приобретают большое самостоятельное значение, т.к. вполне возможно, что результаты исследований, полученные в рамках одного из подходов, могут успешно использоваться при другом подходе или при возникновении новых идей в области теории модельного эксперимента в ледовом бассейне.

Однако, следует констатировать, что 80-ти летний путь развития в области моделирования ледового сопротивления, несмотря на существующий прогресс, не привел к созданию модели ледяного покрова отвечающей классической теории моделирования (1), (2) и (3). То есть многообразие требований к модели льда не удается удовлетворить. Это осложняется и еще тем, что механическими характеристиками льда надо управлять (2), (3) в зависимости от масштаба модели судна λ .

В развитии моделирования ледового сопротивления в настоящее время прослеживаются следующие тенденции:

– поиск материалов для модели льда наиболее полно удовлетворяющей классической теории моделирования (1), (2) и (3);

– модернизация теории моделирования в сторону смягчения требований к модели ледяного покрова;

– совершенствования методов пересчета ледового сопротивления с модели на натуру.

Первый путь развития по поиску материалов для модели льда продолжается, и успехи на этом пути частично приведены в [3, 4].

В настоящей статье остановимся на второй и третьей тенденциях развития методов физического моделирования ледового сопротивления судов.

Модернизация теории моделирования в сторону смягчения требований к модели ледяного покрова

Существует два подхода получения критериальных зависимостей для физического моделирования технических объектов:

– использование теории размерностей и подобия;

– использование уравнений равновесия приведенных к безразмерному виду.

Остановимся на втором подходе позволяющем модернизировать теорию моделирования в сторону смягчения требований к модели ледяного покрова.

Необходимым условием моделирования разрушения является геометрическое подобие картин разрушения льда в плане, при выполнении которого число и расположение точек контакта льда с корпусом при движении модели будет соответствовать натуре.

Подобие картин разрушения определяется подобием НДС ледяных пластин, для определения которого воспользуемся дифференциальным уравнением изгиба пластин, на упругом основании, приведенном к безразмерному виду

$$\frac{D}{\rho g L^4} \nabla^4 \bar{w} + \bar{w} = 0, \quad (4)$$

где $\bar{w} = w / L$ – безразмерный прогиб; L – характерный линейный размер в плане; $D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu)^2}$ – цилиндрическая жесткость ледяной пластины.

Из уравнения (4) следует, что НДС ледяного покрова для натуре и модели будет подобным если

$$\frac{D}{\rho g L^4} = \text{idem}. \quad (5)$$

Так как $\rho_n = \rho_m$ и $g = \text{const}$ выражение (5) можно преобразовать к виду

$$\frac{D_n}{D_m} = \frac{L_n^4}{L_m^4} = \lambda^4. \quad (6)$$

Таким образом, при соблюдении условия (6) будет обеспечено подобие картин разрушения льда в плане.

Исходя из закона сохранения энергии, напишем уравнение энергетического баланса для некоторого отрезка пути l :

$$A_r = A_p + A_o + A_c, \quad (7)$$

где A_r – работа силы тяги винтов на гаке $P_r = P_c - P_b$; A_p – энергия разрушения целого ледяного покрова; A_o – энергия, затрачиваемая на поворот, притапливание, раздвигание обломков и на их трение о корпус и друг о друга; A_c – дополнительные затраты энергии, связанные с наличием снега; P_c, P_b – полезная тяга винтов и сопротивление воды соответственно.

Уравнение (7) учитывает, что единственным поставщиком энергии, затрачиваемой на преодоление составляющих сопротивления, является работа тяги винтов. Поделив уравнение (7) на путь l , получим формулу для вычисления ледового сопротивления

$$R = P_r = \frac{1}{l} (A_p + A_o + A_c). \quad (8)$$

Учитывая постоянный характер составляющих, связанных с преодолением обломков льда, уравнение (8) перепишем в виде

$$R_p = \frac{1}{l} A_p + R_o + R_c. \quad (9)$$

Анализ условий моделирования будем вести последовательно для всех составляющих ледового сопротивления.

Первое слагаемое представляет собой формулу для определения сопротивления, связанного с разрушением ледяного покрова

$$R_p = \frac{1}{l} A_p. \quad (10)$$

В работе [3] показано, что общую формулу расчета составляющей разрушения льда можно записать в виде:

$$R_p = \frac{A_p}{l} = \frac{1}{l} \sum_i [(1 + f\gamma_{ЛГ}) A_{z_i} + A_{c_i}], \quad (11)$$

где A_{z_i} – энергия ломки ледяного покрова в i -той точке контакта с корпусом; A_{c_i} – энергия смятия

кромки ледяного покрова в i -той точке контакта;

$$\gamma_{\text{лг}i} = \frac{\sqrt{n_x^2 + n_z^2}}{n_x n_z} - \text{функция, характеризующая форму}$$

корпуса в точке контакта; n_x и n_z – направляющие косинусы внешней нормали к корпусу судна в точке контакта с ледяным покровом и продольной и вертикальной осями.

При получении теоретической зависимости (11) не использованы какие-либо предположения о геометрии разрушения льда в плане или о величине энергий ломки и локального разрушения льда. Поэтому формулу (11) можно понимать в качестве определения для осредненной энергии разрушения.

Модуль пересчета сопротивления разрушению может быть рассчитан с использованием (11):

$$\lambda_{R_p} = \frac{R_{p_n}}{R_{p_m}} = \frac{A_{p_n} l_m}{A_{p_m} l_n} = \frac{l_m \sum_{i=1}^{n_f} [(1 + f\gamma_{\text{лг}i}) A_{z_i} + A_{c_i}]_n}{l_n \sum_{i=1}^{n_m} [(1 + f\gamma_{\text{лг}i}) A_{z_i} + A_{c_i}]_m}. \quad (12)$$

Очевидно, что при геометрически подобной картине разрушения льда в плане

$$\frac{l_n}{l_m} = \lambda; \quad \frac{\eta_n}{\eta_m} = \frac{(\gamma_{\text{лг}i})_n}{(\gamma_{\text{лг}i})_m} = 1. \quad (13)$$

При дополнительных требованиях

$$f_m = f_n; \quad A_{c_i} / A_{z_i} = \text{idem}, \quad (14)$$

λ_{R_p} можно определить по формуле

$$\lambda_{R_p} = \frac{1}{\lambda} \frac{(A_{z_i})_n}{(A_{z_i})_m} = \frac{\lambda_{z_i}}{\lambda}. \quad (15)$$

Использованная в формуле (15) энергия ломки ледяного покрова A_{z_i} зависит от механических свойств льда и геометрии ледяной пластины в зоне контакта с корпусом. Причем A_{z_i} есть наиболее полная характеристика механических свойств ледяного покрова с точки зрения разрушения его ледоколом, охватывающая в интегральном виде все этапы разрушения ледяного покрова – от образования трещин до полного пролома. Применение этого критерия сглаживает некоторые неточности в моделировании отдельных этапов разрушения.

Следует отметить, что для определения масштаба λ_{R_p} нет необходимости знать значения A_{z_i} для каждого вида конфигурации пластин в точке контакта. Требуется лишь знать отношение

(масштаб) энергий ломки ледяного покрова натуры и модели λ_{A_z} , который, очевидно, при подобной геометрии ломки зависит только от свойств льда. Поэтому при экспериментальном определении λ_{A_z} можно использовать испытания ледяных пластин различной конфигурации, например, бесконечных или полубесконечных.

Анализ моделирования составляющих преодоления обломков R_o и сопротивления воды при сохранении геометрического подобия по толщине $h_n/h_m = \lambda$ и размера обломков льда приводит к условиям, когда R_o пересчитывается на натуру в соответствии с масштабом

$$\lambda_{R_o} = \lambda^3, \quad (16)$$

а сопротивление воды в соответствии с классическими способами пересчета.

Нетрудно заметить, что условия (12) и (15) предъявляют к модели ледяного покрова более легкие требования, чем классическая теория моделирования, а, следовательно, упрощается выбор материала для модели льда.

Отметим, что формула (15) не противоречит строгой теории моделирования. Поэтому при $\lambda_{A_z} = \lambda^3$ выполняется условие $\lambda_{R_p} = \lambda^3$ и использование формул (12) и (15) позволяет расширить поиски модели льда.

Моделирование в естественном льду

Сразу следует заметить, что естественный лед обладает повышенной прочностью, чем требует строгая теория моделирования, поэтому широкое распространение получило мнение о невозможности его использования в качестве модели ледяного покрова [1, 5].

Идея использования натурального льда состоит в попытке компенсации повышенной прочности меньшей толщиной.

Для определения масштаба пересчета толщины льда воспользуемся условием (6), тогда

$$\frac{E_n h_n^3 (1 - \mu_m^2)}{E_m h_m^3 (1 - \mu_n^2)} = \lambda^4. \quad (17)$$

Учитывая, что в естественном льду равенство $\mu_n = \mu_m$ выполняется автоматически, получим выражение для масштаба пересчета толщины льда

$$\lambda_h = \frac{h_n}{h_m} = \lambda^{4/3} \lambda_E^{-1/3}; \quad \lambda_E = \frac{E_n}{E_m}. \quad (18)$$

Таким образом, если толщина модели льда

$$h_m = h_n \lambda^{-4/3} \lambda_E^{1/3}, \quad (19)$$

то картина разрушения льда в плане будет подобна, а, следовательно, одинаковыми будут число и расположение точек контакта ледокола со льдом.

Равенство коэффициентов трения корпуса о кромку льда для модели и натуре обеспечивается соответствующим подбором покрытия модели. Постоянство отношения энергии локального разрушения кромки к энергии ломки ледяного покрова (14) для модели из натурального льда обеспечить не удастся. Однако, учитывая малую долю A_c в общем балансе сопротивления, этим фактом можно пренебречь. Хотя, строго говоря, это обстоятельство может привести к появлению масштабного эффекта.

Зависимость энергии ломки пресноводного ледяного покрова от толщины и механических характеристик приведена ранее. Выражение для масштаба энергии ломки ледяного покрова имеет вид

$$\lambda_{A_z} = \frac{h_n^4 D_m \alpha_m^2}{h_m^4 D_n \alpha_n^2} = \lambda_h^4 \lambda^{-2}. \quad (20)$$

Проведенные в бассейне измерения модуля деформации E тонкого пресноводного льда и сопоставления с натурными данными, указывают на его зависимость от толщины льда. Эту зависимость в широком диапазоне можно аппроксимировать формулой

$$E = a / \sqrt[3]{h}, \quad (21)$$

где a – коэффициент пропорциональности.

Поэтому будем полагать, что масштаб λ_E при испытании в естественном льду равен

$$\lambda_E = \lambda_h^{-1/3}. \quad (22)$$

Модуль пересчета сил сопротивления разрушению льда получим, подставляя в формулу (15) выражения для λ_{A_z} , λ_h и λ_E по формулам (19), (16) и (22)

$$\lambda_{R_p} = \lambda^3. \quad (23)$$

Следовательно, составляющая сопротивления R_p , связанная с разрушением льда, пересчитывается на натуре по кубу линейного масштаба модели λ^3 и естественным образом совпадает с модулем

пересчета сил моделирующихся по критерию Фруда.

С использованием формул (14), (23), (17) и (21) можно показать, что, несмотря на несовпадение масштаба толщины λ_h с геометрическим модулем подобия λ , масштаб прогибов льда $\lambda_w = \lambda$.

Условия моделирования (18), (21) и (22), связанные с сопротивлением обломков льда R_o , при испытаниях в естественном льду выполняются полностью за исключением равенства масштаба толщины льда λ_h геометрическому модулю подобия λ (17). Это приводит к занижению сил плавучести льдин. Следовательно, строго говоря, совместное моделирование сил разрушения и преодоления обломков льда невозможно.

Чтобы избежать масштабного эффекта, связанного с несоответствием толщины льда в составляющей R_o необходимо экспериментальное разделение составляющих сопротивления.

Для этого, кроме испытаний в сплошном льду, проводятся испытания в десятибалльном битом льду различной толщины. Затем определяются кривые сопротивления, связанные с разрушением льда $R_{p_m}(v)$ для всего набора толщин

$$R_{p_m}(v) = R_m(v) - R_o(v), \text{ при } h = \text{const}. \quad (24)$$

Пересчет на натуре для составляющих R_p и R_o ведется отдельно. При пересчете R_p используются формулы

$$R_{p_n} = \lambda^3 R_{p_m}; \quad h_n = h_m \lambda^{4/3} \lambda_E^{1/3}; \quad v_n = v_m \sqrt{\lambda}. \quad (25)$$

При пересчете составляющей обломков с помощью интерполяции выбираются кривые с толщинами льда $h_m = h_n / \lambda$, которые пересчитываются по формулам

$$R_{o_n} = \lambda^3 R_{o_m}, \quad h_n = \lambda h_m, \quad v_n = v_m \sqrt{\lambda}. \quad (26)$$

Сопротивление воды R_b может быть выделено из R_o и пересчитано традиционными способами, используя испытания модели судна в чистой воде. Однако, как правило, необходимости в этом нет из-за его малости, а пересчет можно вести совместно R_o по кубу масштаба:

$$R_n = \lambda^3 R_m, \quad h_n = h_m \lambda^{4/3} \lambda_E^{1/3}. \quad (27)$$

При заданной суммарной тяге винтов ледокола $P_e = f(v)$ кривая ледопроеходимости $v = f(h)$ определяется совместным графическим решением уравнений

$$R = f(v, h); P_e = f(v), R = P_e. \quad (28)$$

Справедливость изложенного метода моделирования проверялась на моделях речных ледоколов проекта Р-47 выполненных в масштабах 1:27, 1:18, 1:13,5 и проекта 1105 в масштабе 1:50, морского ледокола R – класса в масштабе 1:40 и некоторых других [3].

Испытания показали удовлетворительную сходимость с натурными данными.

Пересчет сопротивления для широкого диапазона масштабов моделей судов $\lambda = 13,5-50$, а также для масштабной серии ледокола проекта Р-47 не выявили, скольконибудь заметного масштабного эффекта [3].

Отметим, что описанный метод моделирования не противопоставляется более строгому методу, основанному на подборе материала модели льда. Однако, он позволяет расширить объемы модельных исследований, используя для них открытые бассейны и естественные водоемы, а также производить испытания крупномасштабных и полунатурных моделей.

Зависимостями (27) можно воспользоваться для расчетов ледовой ходкости в сплошном льду с использованием прототипа. Если у прототипа известны кривые сопротивления в зависимости от скорости движения для разных толщин льда, то пересчет сопротивления осуществляется аналогично упрощенному пересчету модельных испытаний. Корпуса ледоколов различных проектов геометрически не подобны, поэтому под масштабом следует понимать отношение ширины ледоколов $\lambda = B/B_{пр}$, где B – ширина судна; $B_{пр}$ – ширина судна – прототипа. Использование ширины корпуса в качестве характерного линейного размера обусловлено тем, что она наиболее существенно влияет на сопротивление ледокола, а постоянное отношение ширины к характерной длине изгиба ледяной пластины обеспечивает подобную картину разрушения ледяного покрова в плане (рядность ломки льда).

Совершенствование методов пересчета ледового сопротивления с модели на натуру

Полное физическое подобие при моделировании ледового сопротивления неосуществимо [3, 4]. Это касается не только невозможности одновременного моделирования по Фруду и Рейнольдсу, которое преодолимо за счет масштаба модели с использованием гипотезы Фруда.

Главным препятствием является, обсужденное ранее, отсутствие адекватной физической модели ледяного покрова, удовлетворяющей классической теории моделирования. При частичном моделировании необходимо организовать корректный пересчет результатов испытания модели на натуре. Существуют различные подходы к такому пересчету: использование «эталонной модели» ледокола [1]; корректировка прочности лабораторного льда [4]; другие искусственные приемы. Метод пересчета сопротивления разрушения с использованием уравнения равновесия показан в настоящей работе ранее.

По мнению авторов наиболее оправданным и универсальным методом пересчета является метод, основанный на использовании полуэмпирических моделей ледового сопротивления. Суть его состоит в следующем.

Полное ледовое сопротивление складывается из составляющих, описывающих разные физические процессы, например, разрушение льда, сопротивление обломков, сопротивление снега, сопутствующее трение и других. Степень детализации составляющих ледового сопротивления зависит от выбранной полуэмпирической модели.

Полное сопротивление при движении судна в сплошном льду представим в виде:

$$R = \sum_{j=1}^m k_j r_j, \quad (29)$$

где r_j – комбинация определяющих ледовое сопротивление факторов, связанная с некоторым физическим процессом, имеющая размерность силы; k_j – искомый эмпирический коэффициент.

Уравнение вида (29) линейное относительно коэффициентов называют уравнением множественной линейной регрессии.

Наиболее полные полуэмпирические методы расчета ледового сопротивления предложены в работах Ю.А. Шиманского [6, 7], В.И. Каштеляна [1], Levis'a, Edwards'a [8], Enkvist'a [9], В.А. Зуева [2], Б.П. Ионова [3], Е.М. Грамузова [3].

Отметим, что достоверность определения натурального сопротивления зависит от количества и качества экспериментальных данных, а также обоснованного выбора полуэмпирической модели.

В модельном эксперименте следует измерять все физико-механические характеристики присутствующие в выбранной полуэмпирической модели.

В предлагаемом методе пересчета ледового сопротивления постулируется равенство коэффициентов k_j модели и натуре.

Заключение

Несмотря на успехи развития теории и практики моделирования ледового сопротивления судов, достигнутые за 80 лет в данной области, остаются нерешенные проблемы, снижающие эффективность модельного эксперимента: создание модели ледяного покрова; совершенствование технологии моделирования; развитие теории моделирования упрощающей требования к лабораторному льду; обоснование метода пересчета ледового сопротивления с модели на натуру. Предложенная альтернативная теория моделирования ледового сопротивления, основанная на дифференциальных уравнениях равновесия, позволяет упростить требования к лабораторному льду. Метод пересчета ледового сопротивления с модели на натуру с использованием полуэмпирических моделей сопротивления льда движению судна может быть использован на этапе проектирования ледоколов и судов ледового плавания.

Представленные результаты получены по проекту РНФ № 22-19-00376 «Экспериментально-теоретическое исследование полуэмпирических моделей взаимодействия судов со льдом».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Каштелян В.И. *Сопротивление льда движению судна* / В.И. Каштелян, И.И. Позняк, А.Я. Рывлин. Л.: Судостроение, 1968. 238 с.
2. Зуев В.А. *Средства продления навигации на внутренних водных путях*. Л.: Судостроение, 1986. 207 с.
3. Ионов Б.П. *Ледовая ходкость судов. 2 издание, исправленное* / Б.П. Ионов, Е.М. Грамузов. СПб.: Судостроение, 2013. 504 с.
4. Сазонов К.Е. *Модельный и натуральный эксперименты в морской ледотехнике*. Санкт-Петербург, 2021. 308 с.
5. Ногид Л.М. Моделирование движения судна в сплошном ледяном поле и битых льдах // *Сб. науч. тр.* ЛКИ.- Л., 1959. Вып. 28. С. 179–185.
6. Шиманский Ю.А. Условные измерители ледовых качеств судов // *Сб. науч. тр.* / ААНИИ.- Л., 1938. Т. 130. 125 с.
7. Шиманский Ю.А. Теория моделирования движения судна в сплошном ледяном поле // *Сб. науч. тр.* / ААНИИ.- Л., 1960. Т. 237. С. 39–29.
8. Edwards R.Y. at al. Full Scale and Model Tests of a Great Lakes Icebreaker // *The society of Naval*

Architects and Marine Engineers. 1972. Vol. 80. Pp.1–31.

9. Enkvist E. On the ice resistance encountered by ships operating in the continuous mode of icebreaking // *The Swedish academy of engineering sciences in Finland, Rep. № 24*. Helsinki, 1972. 181 p.

REFERENCES

1. Kashtelyan V.I. *Soprotivlenie l'da dvizheniyu sudna*. V.I. Kashtelyan, I.I. Poznyak, A.Ya. Ryvlin [Ice resistance to vessel movement. V.I. Kashtelyan, I.I. Poznyak, A.Ya. Ryvlin]. L.: Sudostroenie, 1968. 238 p.
2. Zuev V.A. *Sredstva prodleniya navigacii na vnutrennih vodnyh putyah* [Means of extending navigation on inland waterways]. L.: Sudostroenie, 1986. 207 p.
3. Ionov B.P. *Ledovaya hodkost' sudov. 2 izdanie, ispravlennoe*. B.P. Ionov, E.M. Gramuzov [Ice propulsion of ships. 2nd edition, revised. B.P. Ionov, E.M. Gramuzov]. SPb.: Sudostroenie, 2013. 504 p.
4. Sazonov K.E. *Model'nyj i naturnyj eksperimenty v morskoy ledotekhnike* [Model and full-scale experiments in marine ice engineering]. Sankt-Peterburg, 2021. 308 p.
5. Nogid L.M. Modelirovanie dvizheniya sudna v sploshnom ledyanom pole i bityh l'dah [Modeling of vessel movement in a continuous ice field and broken ice]. *Sb. nauch. tr.* [Sat. scientific tr.]. LKI.- L., 1959. Vol. 28. Pp. 179–185.
6. Shimanskij Yu.A. Uslovnye izmeriteli ledovyh kachestv sudov [Conditional meters of ice qualities of ships]. *Sb. nauch. tr.* [Sat. scientific tr.]. AANII.- L., 1938. Vol. 130. 125 p.
7. Shimanskij Yu.A. Teoriya modelirovaniya dvizheniya sudna v sploshnom ledyanom pole [Theory of modeling the movement of a ship in a continuous ice field]. *Sb. nauch. tr.* [Sat. scientific tr.]. AANII.- L., 1960. Vol. 237. Pp. 39–29.
8. Edwards R.Y. at al. Full Scale and Model Tests of a Great Lakes Icebreaker // *The society of Naval Architects and Marine Engineers*. 1972. Vol. 80. Pp.1–31.
9. Enkvist E. On the ice resistance encountered by ships operating in the continuous mode of icebreaking // *The Swedish academy of engineering sciences in Finland, Rep. № 24*. Helsinki, 1972. 181 p.



Информация об авторах

Грамузов Евгений Михайлович, доктор техн. наук, доцент, профессор кафедры «Кораблестроение и авиационная техника»

Калинина Надежда Викторовна, канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры «Кораблестроение и авиационная техника»

Куркин Андрей Александрович, доктор физ.-мат. наук, профессор, проректор по научной работе, заведующий кафедры «Прикладная математика»

ФГБОУ ВО Нижегородский государственный технический университет им Р.Е. Алексеева
603950, г. Нижний Новгород, Российская Федерация, ул. Минина, 24

Information about authors

Gramuzov Evgenij Mihajlovich, Doctor of Tech. Sciences, Associate Professor, Professor of the Department "Shipbuilding and Aviation Engineering"

Kalinina Nadezhda Viktorovna, Cand. of Tech. Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Shipbuilding and Aviation Engineering

Kurkin Andrej Aleksandrovich, Doctor of Phys.-Math. Sciences, Professor, Vice-Rector for Research, Head of the Department of Applied Mathematics

Nizhny Novgorod State Technical University na R.E. Alekseev
603950, Nizhny Novgorod, Russian Federation, st. Minina, 24

